



## PRIMERA FASE

### Nivell 2 - 1r d'ESO

Abans de començar, us recordem que a la primera fase del Fem Matemàtiques hi podeu participar en grups de tres o quatre alumnes. Cadascun d'aquests grups ha de resoldre conjuntament els tres problemes que hi ha a continuació, en aquest cas la divisió del treball no és la millor manera de participar.

En el Fem Matemàtiques es valoren, a més de la correcció dels resultats, altres aspectes, com l'ús d'estratègies originals i la capacitat per explicar el perquè dels possibles resultats numèrics, és a dir, no poden ser fruit d'un full de càlcul sense més explicacions. Intenteu fer els problemes el millor que sapigueu, sense defallir si no trobeu la solució a la primera.

Us recomanem, en la mesura que sigui possible, treballar amb material manipulatiu. Mireu de redactar un informe per a cada problema tan complet i clar com pugueu, fins i tot si algun dels diferents apartats no l'heu pogut acabar com us hagués agradat. D'altra banda, us recomanem que abans d'intentar resoldre un problema us familiaritzeu amb l'enunciat, feu proves i després traieu-ne conclusions.



## 1. A LA CAÇA DELS PRIMERS



Un nombre primer és un nombre natural que té exactament dos divisors: el nombre 1 i ell mateix (fixeu-vos que el nombre 1 NO és un nombre primer).

Qualsevol altre nombre natural més gran que 1 es pot obtenir multiplicant nombres primers. El nombre 24, per exemple, es pot escriure com  $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ , i el nombre 110 es pot escriure com  $110 = 2 \times 5 \times 11$ . Aquest tipus de nombres

s'anomenen compostos.

Ho sabem des de l'època dels antics grecs, que també van aconseguir demostrar que hi ha infinitat de nombres primers. A mesura que pugeu per la recta numèrica, mai us quedareu sense primers.

Un dels misteris dels primers és que semblen estar repartits a l'atzar entre els altres nombres. Els matemàtics s'han esforçat durant molts anys per trobar un possible patró, però encara queda molt per descobrir (No sabem si ho sabem, però "*Cercar patrons*" és un dels objectius, dèria, obsessió,... dels matemàtics!). Això significa que per trobar nombres primers o bé trobem el patró de com es distribueixen o hem d'anar d'un en un, **a la caça dels primers!**

Hem distribuït tots els nombres de l'1 al 100 a la taula següent:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
...									
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



a) Ratlleu a una taula com l'anterior tots els nombres compostos i la unitat, per tal de descobrir i encerclar quins són els nombres primers. Què observeu de com han quedat repartits? A què creieu que és degut?

Canviem ara la taula i posem els nombres de l'1 al 100 distribuïts en 4 columnes. Després, feu el mateix en una taula de 5 columnes i, finalment, en una de 6. Cerqueu i assenyalau els nombres primers i observeu com estan distribuïts en cada cas. *(Podeu utilitzar les plantilles que trobareu a l'annex).*

b) Podeu trobar a les diferents taules que heu construït algun tipus de patró visual o guia que ens ajudi a cercar els nombres primers? Podeu donar alguna raó matemàtica de per què és així? Quina taula o taules us permeten localitzar millor els nombres primers ?

c) El 2 i el 3 són dos nombres consecutius primers. Hi ha més parelles de nombres seguits que siguin primers? A què creieu que és degut?

Seguint a la caça dels primers, trobareu que en alguns casos la distància entre dos nombres primers consecutius és de dues unitats, per exemple el 17 i el 19. Aquestes parelles de nombres primers s'anomenen *primers bessons*.

d) Encercleu totes les parelles de primers bessons a les taules de diferents columnes que heu fet. Podeu trobar algun tipus de regularitat? I el motiu matemàtic de per què es troben així distribuïts?

e) Sou capaços de trobar una relació entre una parella de nombres bessons i la seva suma? I entre la parella de nombres bessons i el seu producte? Expliqueu quines i com les heu trobat.

f) De forma similar als primers bessons, hem anomenat "trigèmins" o "tribessons" els nombres 3, 5 i 7 . En podríeu trobar més?



## 2. EL BELAR DE LES OVELLES

### 2.1. El ramat d'en Pau

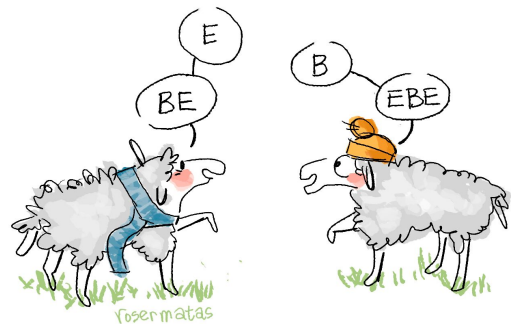
En Pau és un pastor que es passa tot el dia observant les seves ovelles i ha descobert que quan xerren només utilitzen dues lletres: la B i la E. Aleshores, les seves paraules només estan formades per lletres B i lletres E.

Les seqüències de paraules que belen són de la manera següent:

- La primera paraula només conté una lletra única: B.
- La paraula següent de la seqüència, canvia cada B de la paraula anterior per una E, i cada E per BE.

Les primeres 4 paraules de la sèrie serien:

B  
E  
BE  
EBE  
....



Escriviu les 8 primeres paraules d'aquesta seqüència i...

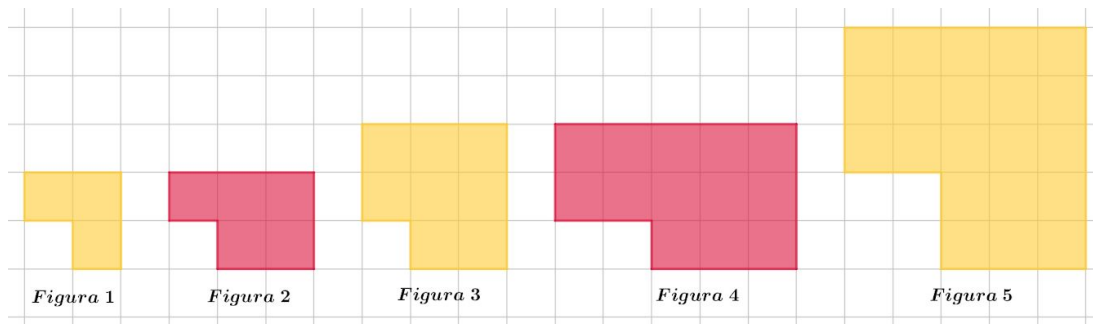
- Compteu el nombre de lletres B, de lletres E i el nombre total de lletres en cada paraula de la seqüència. Què observeu? Podríeu predir, sense construir les paraules, quantes B, E i el total de lletres que tindrà la vintena paraula? Expliqueu com ho heu fet.
- Si haguéssiu aconseguit escriure en una llista totes les paraules fins la que fa 100, sabríeu explicar com calcularíeu la quantitat de lletres que té la que fa 101? Quines són les 5 primeres lletres d'aquesta nova paraula? I les 10 últimes? Com ho sabeu?



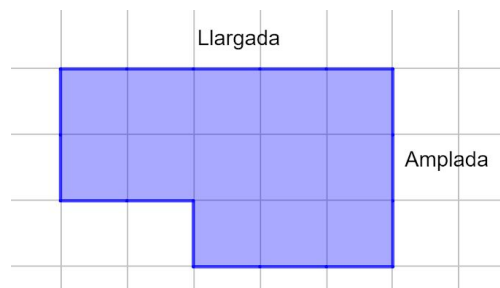
## 2.2. Construint figures

En Pau ha construït unes figures per a la seva filla, la Núria, treient un petit rectangle d'un rectangle més gran. A més, ha volgut que ajuntant dues figures consecutives s'aconseguís la figura següent.

En Pau ens mostra les 5 primeres figures que ha construït:



- Comproveu que enganxant dues figures consecutives podeu construir la següent. Podeu fer qualsevol moviment amb elles excepte desmuntar-les. Investigueu i expliqueu com fer-ho.
- Mireu la llargada i l'amplada del rectangle gran a partir del qual està formada cada figura.



Hi ha un patró de longituds i amplades? Es pot generalitzar?

Trobeu alguna relació amb el que acabeu de fer i l'apartat 2.1?

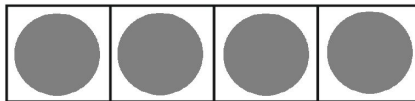
- Calculeu els perímetres de les figures. Heu utilitzat la mateixa estratègia per a calcular tots els perímetres? N'heu descobert alguna de nova? Expliqueu les estratègies que us han sortit.
- La Núria s'ha estat mirant les peces i n'ha fet dos grups segons com estan construïdes: per una banda, les d'àrea 3, 8 i 21... quadrets i per l'altra les d'àrea 5, 13 i 34... quadrets. Sabeu vosaltres per què les ha agrupat així?



### 3. QUI AGAFA L'ÚLTIMA GUANYA

#### 3.1. Joc de les fitxes en línia

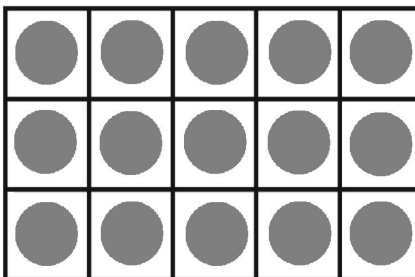
Aquest és un joc per a dos jugadors que juguen per torns i guanya el que retira l'última fitxa, cada jugador en el seu torn pot agafar una o dues fitxes que han de ser de dues caselles adjacents. Feu unes quantes partides i després contesteu.



- Qui té avantatge, el primer jugador o el segon? Com hauria de jugar per tal que pugui guanyar sempre?
- I si el tauler és de 5 quadrats, quin jugador té avantatge? Com hauria de jugar?
- I si el tauler té més caselles, quina seria la vostra estratègia guanyadora depenent del nombre de quadrats del taulell?

#### 3.2. Joc de les fitxes en el rectangle

Considerem ara el mateix joc que abans però, en aquest cas, tenim un tauler de 3 files i 5 columnes ple de fitxes. Igual que abans només podreu treure una o dues fitxes si estan en caselles adjacents (i no en diagonal).



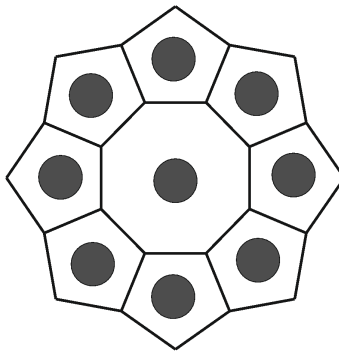
Qui té avantatge ara, el primer jugador o el segon? Com hauria de jugar per a que pugui guanyar sempre?



### 3.3. Joc de les fitxes en una margarida

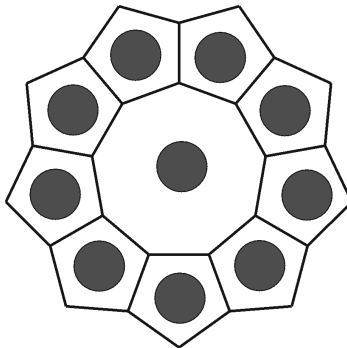
Continuem amb la mateixa dinàmica: juguen 2 jugadors per torns i, a cada torn, cada jugador decideix si retira 1 o 2 fitxes, però si són 2 fitxes han de ser de dues caselles adjacents. El jugador que retira l'última fitxa guanya.

En aquest cas, considerem un octàgon envoltat de pentàgons. Per tant, si un jugador decideix treure dues fitxes, pot escollir la casella central del octàgon i qualsevol dels pentàgons, o bé, 2 pentàgons adjacents.



- a) I ara, qui té avantatge, el primer jugador o el segon? Com hauria de jugar per a que pugui guanyar sempre?

Juguem, ara, amb un tauler format per un enneàgon i 9 pentàgons:



- b) Qui té avantatge, el primer jugador o el segon? Com hauria de jugar per tal que pugui guanyar sempre?



**ANNEX I - A LA CAÇA DELS PRIMERS**

**TAULES DE NOMBRES**

Escriviu els nombres de l'1 al 100 en aquesta taula. Ratlleu tots els nombres que no siguin primers per, finalment, trobar i encerclar tots els nombres primers. *(Recordeu que l'1 no és un nombre primer)*

Taula de 10 columnes

1									
									100







Taula de 5 columnes

1				

				100





ANNEX II - QUI AGAFA L'ÚLTIMA GUANYA

TAULERS DE JOC

