

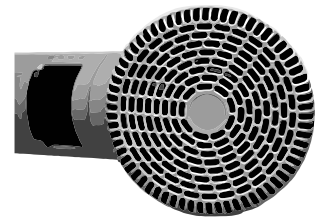
FEM MATEMÀTIQUES 2018 – SEGONA FASE – 14-IV-18

NIVELL 3 – SEGON d'ESO

PROVA INDIVIDUAL

1.– El filtre de l'assecador de cabells

La fotografia mostra els forats de ventilació d'un assecador de mà. Fixeu-vos que en el *cercle* més petit (que anomenarem primer cercle) hi ha 9 forats rectangulars.



a) Com ho faríeu per saber el nombre total de forats que hi ha en els 8 primers cercles concèntrics, sense haver de comptar-los un a un? Justifiqueu la vostra resposta i assenyaieu d'alguna manera (per exemple, dibuixant a sobre de la imatge) com heu trobat el patró.

[Observació: No heu de tenir en compte els forats del cercle més exterior de l'assecador]

b) Quants forats té el 6è cercle de l'assecador (sense haver de comptar-los un a un)?

c) Si l'assecador fos més gran, quants forats tindria el 25è cercle?

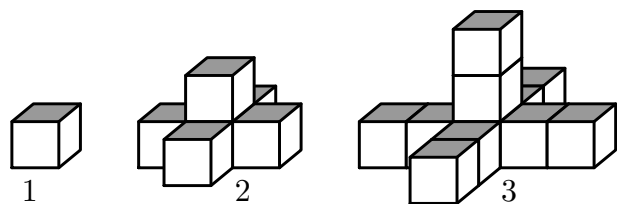
d) Podríeu trobar una expressió que donés el nombre de forats que hi ha en un determinat nombre de cercle? Justifiqueu la resposta.

e) Podríeu trobar una expressió que donés el nombre total de forats d'un assecador segons el nombre, n , de cercles que té? Justifiqueu la resposta.

[Observació: Podeu fer servir la fórmula $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = n(n + 1)/2$.]

2.– Construïm torres

Teniu molts cubs d'aresta 1 cm. Aneu construint una sèrie de torres, cada vegada més grans, com les que hi ha dibuixades a la dreta.



a) Com augmenta el nombre de cubs en passar d'una torre a la següent? Expliqueu-ho bé, ajudant-vos amb línies i dibuixos que mostrin el vostre raonament.

b) Quants cubs fan falta per a construir la torre situada en la posició número 10?

c) Si tinguéssiu 100 cubs, quina posició ocuparia la torre més gran que podríeu construir?

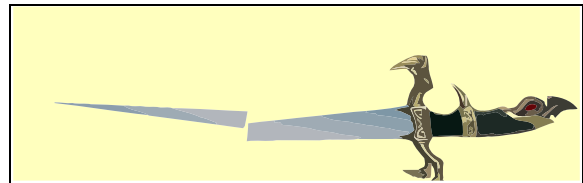
d) Submergeu la torre número 3 en un cubell de pintura. Quina és l'àrea total pintada?

- e) Si submergiu la torre número 10 llavors quina és l'àrea pintada?
 f) Trobeu la fórmula que ens permet saber l'àrea total pintada quan submergiu la torre que ocupa la posició n .

(Acompanyeu el resultat amb dibuixos que ajudin a fer entendre la vostra explicació.)

3.- L'espasa dels Elfs

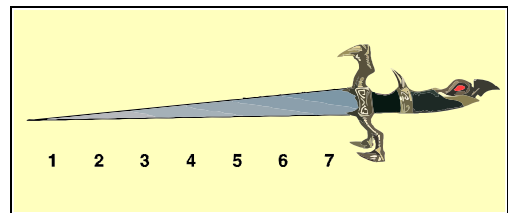
Molt brillant va ser aquella espasa quan va tornar a ser sencera; la llum del sol hi va brillar, i la llum de la lluna hi va brillar freda, i la seva vora era dura i esmolada. I Aragorn li va donar un nou nom i l'anomenà Andúril, Flama de l'Oest. J.R.R. Tolkien



Tolkien explica que les espases dels Elfs eren molt mortíferes i que si en una batalla es trencaven sempre ho feien de la mateixa manera: la diferència entre el fragment més gros menys el fragment més petit era la més petita possible.

Interpretant el que deia Tolkien suposarem que a la fulla d'una espasa hi ha escrits els nombres 1, 2, 3,... i que la *grandària* d'un fragment és la suma dels nombres que conté.

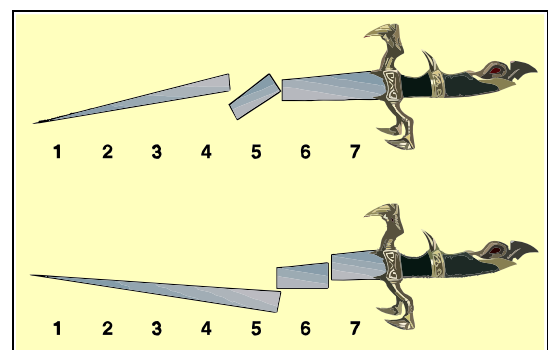
Si l'espasa del dibuix és dels Elfs i es trenca en dues parts ho hauria de fer entre el 5 i el 6 perquè el fragment de la part de la punta té una grandària de $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ i la del fragment de la part de l'empunyadura és $6 + 7 = 13$ i la diferència és 2 que és la més petita entre totes les maneres de trencar l'espasa en dues parts.



a) Quin és el lloc per on es trencaria una espasa dels Elfs si estigués numerada de l'1 al 10? Quina és la diferència entre la suma més gran i més petita en aquest cas? Descriviu quina estratègia heu seguit per trobar el resultat d'una manera eficient.

b) I si estigués numerada de l'1 al 8? Quant valen les sumes de cada fragment en aquest cas? Es pot trencar per un altre lloc mantenint la mínima diferència?

c) Aquestes espases de la dreta s'han trencat per dos llocs i n'han quedat tres fragments. Són unes veritables espases dels Elfs? Justifiqueu per què creieu que sí o que no.



d) Una espasa dels Elfs numerada de l'1 al 12 es trenca en tres fragments. Entre quins números s'ha trencat l'espasa?