SOLUCIONARI FASE 2

6è primària

Pensant en les mussaranyes

17 ossos = 170 micos
100.000 musaranyes =50 micos
4 elef = 10 ossos
Per menjar 12 elef ---? musaranyes?

A partir de les dades i per proporció obtenim que:
1os menjaria igual que 10 micos
1 mico--- 2000 musaranyes
i a partir d'aquí:
12 elef ---30 ossos --- 300 micos --- **600.000 musaranyes**

Construïm torres

a) La figura 4 tindrà: 3. 5 (4 laterals i els pisos que pugen) + 1 cubet central
3 . 5 + 1 = 16

b) Hi ha més d'una manera de veure'l:
. El cubet central queda intacte i creixen tots els 5 braços d'un en un
. ...
La resposta ha de tenir lògica i que sigui entenedora. També relacionada amb el dibuix *(cal que ho marquin d'alguna manera en el dibuix)*. No només amb la sèrie de càlcul de que creix a raó de 5 cubets cada vegada (1-6-11-16-..).

c) La figura 25 tindrà:
En aquest moment han hagut de treure ni que sigui aritmèticament el patró de la sèrie: seguint el model de creixement anterior, la figura 25 tindrà: 5.24 +1= 121 cubets.

d) La resposta demana alguna manera de generalitzar el patró. Seguint el model anterior seria:
per a la posició n -------5 (n-1) + 1 o alguna expressió equivalent a 5n - 4.
En demanar la descripció el que volem és que expliquin el significat de les expressions que fan. És molt important que argumentin això.
Per a n=100 , el nº de cubets serà 496.

L'espasa dels Elfs

a) Seguint l'exemple donat a l'enunciat:

1. Calcula la suma total: 1+2+3+4+5+6+7=(7*8)/2=28
2. Calculo el valor mig, aquest serà el valor que he d'intentar sumar amb la 1a meitat de l'espasa. 14

3. Busco la suma dels primers nombres naturals que s'aproxima per excés i per defecte a 14

1+2+3+4+5=15→ L'espasa quedaria dividia entre el 5 i el 6 , una part valdria 15 i l'altre 13

Puc plantejar S1= n*(n+1)/2=14→ n*(n+1)=28, on S1 és la suma dels n primers nombres (on ja sé el valor que vull aconseguir), ***n*** és el punt on es trencarà→ he de trobar dos consecutius que multiplicats s'aproximin a 28 (el total)

5*6=30→ es trencarà entre 5 i 6

S=1+2+3+4+5+6+7+8+9+10
S=10*11/2=55
$S_e \sim S_d = 27$Cada meitat proper a 27
$\frac{n(n+1)}{2} \sim 27 \ \to n(n+1) = 55$→ 7*8=56→ **S'hauria de partir entre 7 i 8**

$$S_e = \frac{7*8}{2} = 28$$
$$S_d = S - S_e = 55 - 28 = 27$$

$\Delta = S_e - S_d = 1$ La **diferència** entre els dos costats de l'espasa és **d'una unitat**

1-2-3-4-5-6-7 / 8-9-10

c) S=1+2+3+4+5+6+7+8=8*9/2=36
$S_e \sim S_d = 18$ Cada meitat proper a 18
Dos nombres consecutius que multiplicats s'aproximin a 36

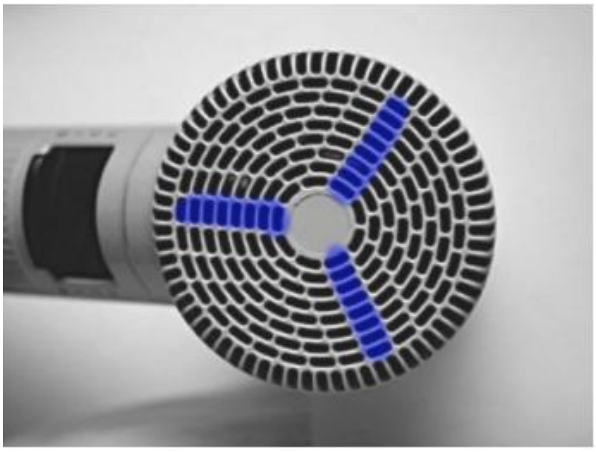
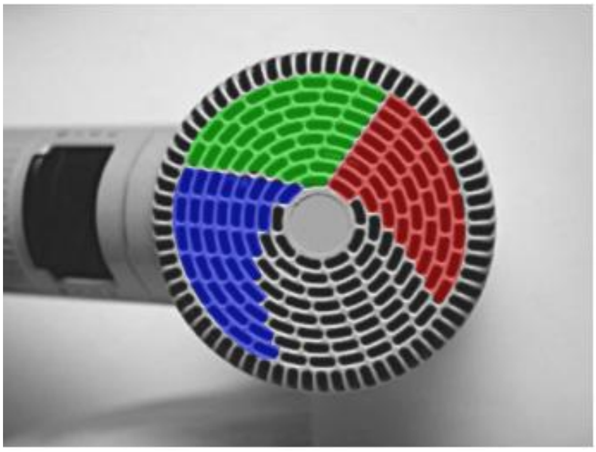
5*6=30 $S_e = \frac{5*6}{2} = 15$ $S_d = S - S_e = 36 - 15 = 11$ $\Delta = S_e - S_d = 4$	6*7=42 $S_e = \frac{6*7}{2} = 21$ $S_d = S - S_e = 36 - 21 = 15$ $\Delta = S_e - S_d = 4$

les dues són possibles solucions ja que la diferència dóna el mateix resultat:
1-2-3-4-5-6 / 7-8 1-2-3-4-5 / 6-7-8

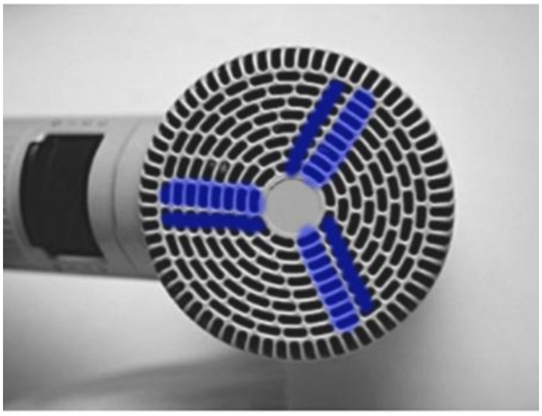
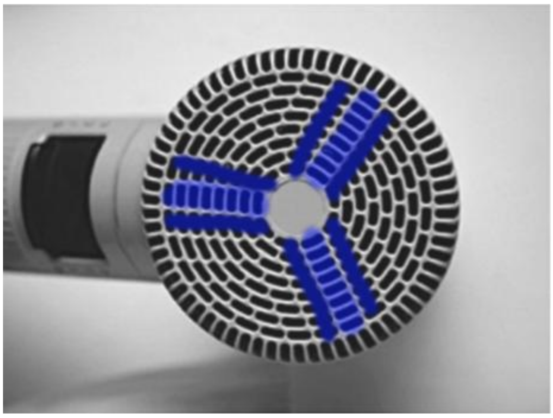
1r ESO

L'ASSECADOR

a) S'ha de tenir en compte que la resposta pot ser en llenguatge verbal, semi algebraic o algebraic, a més pot o no estar acompanyat d'una visualització en el dibuix.

	
PROPOSTA 1 Si ens fixem en aquestes zones ombrejades, que corresponen a les que estan alineades, permeten dividir l'assecador en 3 parts iguals, per tant només cal comptar una de les parts. La zona blava 1+1+1+1…. tants com anells ens facin considerar. La zona no blava 2+3+4+...+ un més que el nombre d'anells que ens facin considerar Per saber el nº total de forats en els 8 primer cercles, haurem de fer 3 vegades el nº de cercles. 1+ 3 vegades(2+3+4+...+ un més que el nombre d'anells que ens facin considerar): *la resposta pot ser en llenguatge verbal, semi alg o algebraica* 3 [8 + $(2+3+4+5+6+7+8+9)$]= 3[8 + 44] = 3 · 52 = 156 En aquest cas la fórmula seria 3[n + $\frac{(a_n+2).n}{2}$] = 3 ·[n + $\frac{((n+1)+2)\cdot n}{2}$] = 3 · [n +	PROPOSTA 2: Hem ombrejat 3 zones triangulars (nombres triangulars) i ens queda sense ombrejar un "rectangle" que mesura 6 rectangulets i d'alçada el nombre d'anells a considerar Cadascuna de les zones triangulars és 1+2+...+ 8 = 8·9/2 = 36 La zona rectangular és 6 ·8=48. Per tant, 3 · 36 + 48 = 156 En general, Cadascuna de les zones triangulars és 1+2+...+ n = n·(n+1)/2 La zona rectangular és 6 ·n Per tant, 3· n·(n+1)/2 + 6 · n que també dóna $\frac{3n^2+15n}{2}$

$\frac{n\cdot(n+3)}{2}]$ = 3 · $[\frac{2n+n^2+3n}{2}]$ = $\frac{3n^2+15n}{2}$	

	
PROPOSTA 2b Si ens fixem en aquestes zones ombrejades, que corresponen a les que estan alineades, permeten dividir l'assecador en 3 parts iguals, per tant només cal comptar una de les parts. La zona blava 1+1+1+1…. tants com anells ens facin considerar. La zona no blava 1+ 2+3+4+...+ el nombre d'anells que ens facin considerar 3 ·2· 8 + 3 · (1+2+...+8) = 156 Fixem-nos que és equivalent a la proposta 2 3 ·2· n + 3 · (1+2+...+n) = 6n + 3· n(n+1)/2	PROPOSTA 3: Hem ombrejat 9 línies i ens queda sense ombrejar 3 zones triangulars (nombres triangulars) La zona blava 9·(1+1+1+1…. tants com anells ens facin considerar). La zona no blava és 3· (1+2+...+ el nombre d'anells menys 1 a considerar) 9 · 8 + 3 · (1+2+...+7)= 156 En general, 9n + 3 (n-1)·n /2 = $\frac{3n^2+15n}{2}$

b) Sisè cercle

PROPOSTA 1 3(1+(6+1))=24 3 dels 3 sectors 1 de la part blava 6+1 la sisena fila del sector te 6+1 rectangulets	PROPOSTA 2 3·6 +6=24 3, son els 3 sectors que hem acolorit 6, en la 6a fila d'un nombre triangular hi ha 6 rectangulets 6, del rectangle no acolorit

9 – 12 – 15 – 18 – 21 – 24
Adonar-se que la sèrie augmenta en 3 forats en cada cercle començant per 9.

c) 25è cercle

3(1+(25+1))=81	3*25+6=81

També pot ser que segueixin la sèrie

d) Seguint els raonaments anteriors sortiria o alguna expressió similar
3(1+(n+1)) **3n +6**
També si tenim en compte que el 1r cercle té 9 forats, l'expressió podria ser: **9 + 3(n-1)**

Empaquetem caramels

a). Factoritzem
24=2*2*2*3
Trobem totes les maneres de escriure 24 com a producte de 3 nombres, ja que el volum d'un prisma de base rectangular es calcula multiplicant les seves 3 longituds.
3.- Calculem la superfície de paper,
24=24x1x1→ S=2(24x1+24x1+1x1)=98
24=12x2x1→ S=2(12x2+12x1+2x1)=74
24=8x3x1→ S=2(8x3+8x1+3x1)=70
24=6x2x2→ S=2(6x2+6x2+2x2)=56
24=4x3x2→ S=2(4x3+4x2+3x2)=52

b) per tant, l'opció més barata seria la de 4x3x2 ja és la que necessita menor superfície per embolicar.

c) 40=2x2x2x5
La capsa més semblant a un cub és la que gasta menys paper
Per tant he de buscar una factorització on els 3 nombres siguin el més semblants possibles:
40=2x4x5 S=2(4x2+4x5+2x5)= 2.38= 76
d) 1,3,5,7, … els nombres primers, perquè només admeten una factorització

L'espasa dels Elfs

a) Seguint l'exemple donat a l'enunciat:

1. Calcula la suma total: 1+2+3+4+5+6+7=(7*8)/2=28
2. Calculo el valor mig, aquest serà el valor que he d'intentar sumar amb la 1a meitat de l'espasa. 14
3. Busco la suma dels primers nombres naturals que s'aproxima per excés i per defecte a 14

1+2+3+4+5=15→ L'espasa quedaria dividia entre el 5 i el 6 , una part valdria 15 i l'altre 13

Puc plantejar S1= n*(n+1)/2=14→ n*(n+1)=28, on S1 és la suma dels n primers nombres (on ja sé el valor que vull aconseguir), ***n*** és el punt on es trencarà→ he de trobar dos consecutius que multiplicats s'aproximin a 28 (el total)

5*6=30→ es trencarà entre 5 i 6

S=1+2+3+4+5+6+7+8+9+10

S=10*11/2=55

$S_e \sim S_d = 27$ Cada meitat proper a 27

$\frac{n(n+1)}{2} \sim 27 \rightarrow n(n+1) = 55$→ 7*8=56→ **S'hauria de partir entre 7 i 8**

$$S_e = \frac{7*8}{2} = 28$$

$$S_d = S - S_e = 55 - 28 = 27$$

$\Delta = S_e - S_d = 1$ La **diferència** entre els dos costats de l'espasa és **d'una unitat**

1-2-3-4-5-6-7 / 8-9-10

b) S=1+2+3+4+5+6+7+8=8*9/2=36

$S_e \sim S_d = 18$ Cada meitat proper a 18

Dos nombres consecutius que multiplicats s'aproximin a 36

5*6=30 $S_e = \frac{5*6}{2} = 15$ $S_d = S - S_e = 36 - 15 = 11$ $\Delta = S_e - S_d = 4$	6*7=42 $S_e = \frac{6*7}{2} = 21$ $S_d = S - S_e = 36 - 21 = 15$ $\Delta = S_e - S_d = 4$

les dues són possibles solucions ja que la diferència dóna el mateix resultat:

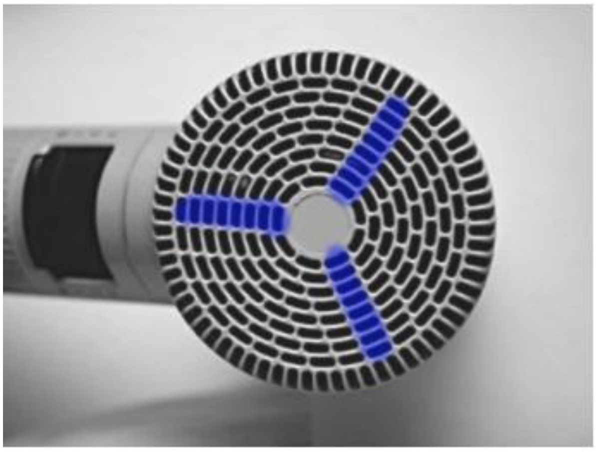
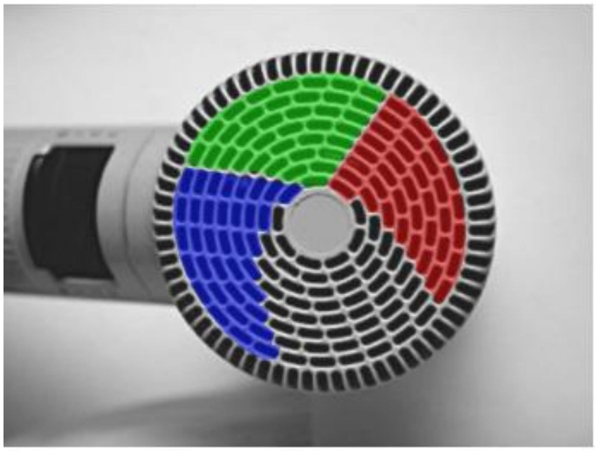
1-2-3-4-5-6 / 7-8 **1-2-3-4-5 / 6-7-8**

c)De fet, cap d'aquestes ho és . la veritable seria 1-2-3-4 / 5-6 / 7

2n ESO

L’ASSECADOR

a)

	
Si ens fixem en aquestes zones ombrejades, que corresponen a les que estan alineades, permeten dividir el secador en 3 parts iguals, per tant només cal comptar una de les parts. La zona blava 1+1+1+1…. tants com anells ens facin considerar. La zona no blava 2+3+4+...+ un més que el nombre d’anells que ens facin considerar Per saber el nº total de forats en els 8 primer cercles, haurem de fer 3 vegades el nº de cercles. 1+ 3 vegades(2+3+4+...+ un més que el nombre d’anells que ens facin considerar): *la resposta pot ser en llenguatge verbal, semi alg o algebraica* 3 [8 + $(2+3+4+5+6+7+8+9)$]= 3[8 + 52] = 3 . 60 = 180 3 [n + $\frac{(a_n+2).n}{2}$]	Hem ombrejat 3 zones triangulars (nombres triangulars) i ens queda sense ombrejar un “rectangle” que mesura 6 rectangulets i d’alçada el nombre d’anells a considerar

b) Sisè cercle

3(1+(6+1))=24 3 dels 3 sectors	3·6 +6=24 3, son els 3 sectors que hem acolorit 6, en la 6a fila d’un nombre triangular hi ha 6

1 de la part blava 6+1 la sisena fila del sector te 6+1 rectangulets	rectangulets 6, del rectangle no acolorit

c) 25è cercle

3(1+(25+1))=81	3*25+6=81

d) Seguint els raonaments anteriors sortiria o alguna expressió similar

3(1+(n+1)) 3n +6

També si tenim en compte que el 1r cercle té 9 forats, l'expressió podria ser: 9 + 3(n-1)

e) Tots els forats d'un determinat assecador, segons el nº de cercles n que tingui:

3m+3(m+1)·(m+2)2-3 1r terme: Els blaus 2n terme: suma triangular com si comences en 1, però ultima fila te un rectangle més que el nombre de files. 3r terme, resto 3 perquè hauríem d'haver començat a comptar des de 2.	3m·(m+1)2+6m on m és el total d'anells del assecador, on hem utilitzat 1+2+3+4+....+m=m·(m+1)2

Si desenvolupem les expressions són equivalents

CONSTRUÏM TORRES

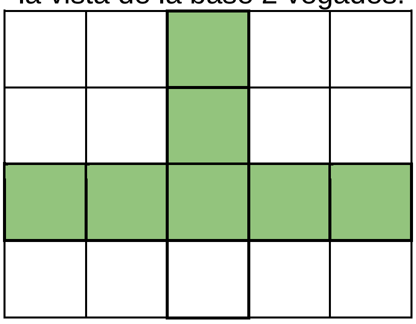
a. la resposta seria la b del nivell 1.

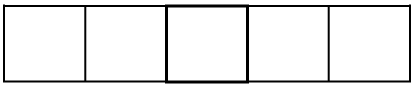
b. figura 10 : 5.9 + 1 = **46** . Poden perfectament treure'n la sèrie numèrica: 1-6-11-16-... fins al 46. Però potser ja apliquen l'expressió del creixement que han trobat a la pregunta a.

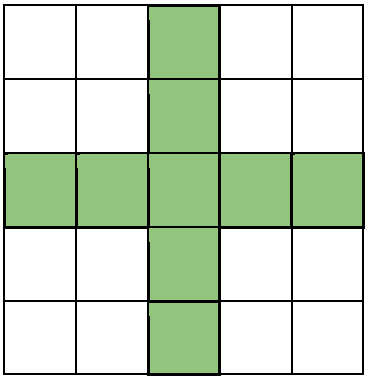
c. Aquí la resposta no és exacta perquè com hauran vist els nº acaben en 1 o 6 tota l'estona. Per tant, cal trobar una figura que s'apropi a tenir 100 cubets amb la mínima diferència possible i fer una operació inversa (i per això cal un nivell més elevat d'abstracció utilitzaria l'expressió 5n - 4 o equivalent i fer una equació). Podria ser el 96 o el 101 com a nombres propers però el 101 sobrepassa a 100, per tant 96 = 5n -4, on **n=20**.

d. Aquesta pregunta demana per la suma de les àrees laterals de la figura. Per tant:

la vista de la base 2 vegades: I la vista lateral 4 vegades:







Per n= 3
2 vegades Àrea base= 2.(1 + 4.2)= 18
4 veg Àrea lateral =4 (1 + 3.2)= 28
Àrea total= 46

e) per n=10, ja cal haver tret el patró i l'expressió aritmètica de la sèrie:

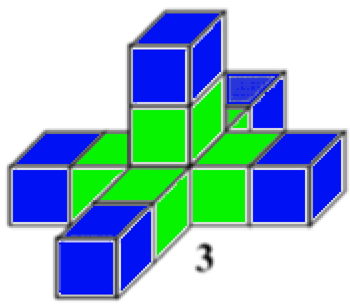
n	A adalt + abaix	A laterals	A total
1	2 . 1	4.1	6
2	2. 5	4.4	26
3	2.9	4.7	46
10	2. 37	4.	186
n	2 [4(n-1) +1]	4 [3(n-1) + 1]	**20n - 14**

f) està a la taula. Qualsevol expressió que treguin, es suposa un nivell més alt de competència si està justificada i treta a partir del dibuix, ja que visió de la taula és una suma de 20 cada vegada a partir del 6 però no implica una abstracció del patró visual o geomètric de la figura

Altra possibilitat:

<table>
<tr>
<td>
Per a n>1 podem diferenciar tres tipus de cub que formen la figura (tot i que també funciona per n=1)

El central que només quedaria pintada la cara de sota(la resta estan tapades) . No depèn de n
Els 5 extrems que ensenyen 5 cares (BLAUS). No depèn de n.
Els que formen el brac que ensenyen 4 cares. Aquestes n'hi ha (n-2)*5 (VERDS)
SN=1+(5*5)+5*(n-2)*4

Desenvolupant i operant
Sn=20n-14
s2=26, S3=26+20=46, S4=26+40=76
</td>
<td>


Per a n=3, hi ha un verd en les 5 direccions
</td>
</tr>
</table>

	Per a n=4, hi haurà 2 verds en les 5 direccions→ 10 verds

L'espasa dels Elfs

a) Seguint l'exemple donat a l'enunciat:

Calcula la suma total: 1+2+3+4+5+6+7=(7*8)/2=28
Calculo el valor mig, aquest serà el valor que he d'intentar sumar amb la 1a meitat de l'espasa. 14
Busco la suma dels primers nombres naturals que s'aproxima per excés i per defecte a 14
1+2+3+4+5=15→ L'espasa quedaria dividia entre el 5 i el 6 , una part valdria 15 i l'altre 13

Puc plantejar S1= n*(n+1)/2=14→ n*(n+1)=28, on S1 és la suma dels n primers nombres (on ja sé el valor que vull aconseguir), ***n*** és el punt on es trencarà→ he de trobar dos consecutius que multiplicats s'aproximin a 28 (el total)
5*6=30→ es trencarà entre 5 i 6

S=1+2+3+4+5+6+7+8+9+10
S=10*11/2=55
$S_e \sim S_d = 27$Cada meitat proper a 27
$\frac{n(n+1)}{2} \sim 27 \rightarrow n(n+1) = 55$→ 7*8=56→ **S'hauria de partir entre 7 i 8**

$$S_e = \frac{7 * 8}{2} = 28$$
$$S_d = S - S_e = 55 - 28 = 27$$

$\Delta = S_e - S_d = 1$ La **diferència** entre els dos costats de l'espasa és **d'una unitat**

1-2-3-4-5-6-7 / 8-9-10

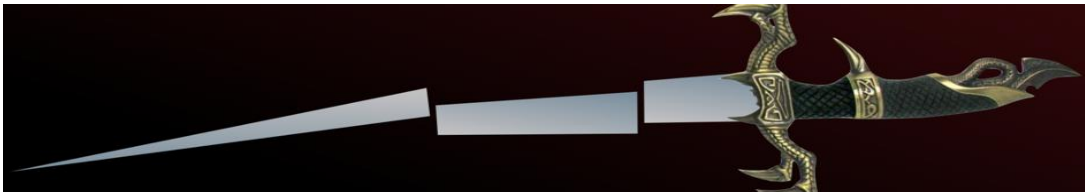
b) Espasa de 1 a 20:
S=1+2+3+...+20=20*21/2=210

$$S_e \sim S_d \sim 105$$

$n(n+1) \sim 210 \rightarrow 14 \cdot 15 = 210$→ **S'haurà de trencar entre el 14 i el 15 i la diferència serà 0**

c) Posar la solució de 1r d eso si es vol fer l'espasa de 1 a 7

Espasa 1...20 en tres parts



S=20*21/2=210

$$S_e \sim S_m \sim S_d \sim 70$$

$S_e \sim 70 \rightarrow$ 11*12=132 → **primer lloc de trencament entre 11 i 12**

$$S_e = 66$$

$S_m + S_e \sim 140$(els sumo per tenir un nombre triangular) 16*17=272 ~ 280→ **segon lloc de trencament entre 16 i 17.**

$$S_m = \frac{11 * 12}{2}$$

$S_m + S_e = \frac{16 \cdot 17}{2} = 136 \rightarrow S_m = 136 - 66 = 70$

$$S_d = 210 - 66 - ´70 = 74$$

$$\Delta = S_d - Se = 8$$

d)Una espasa fins a numero n, la suma total és
S=n(n+1)/2
Si s'ha de trencar en t parts cada una de les parts s'ha d'aproximar a S/t

- Primera part S1=n(n+1)/2t=x(x+1)/2, on x és el valor on s'ha de trencar

Si n és prou gran, o volem trobar una aproximació podem escriure
n^2/t=x^2→ x=n/sqrt(t)

- La segona part S2=2*n(n+1)/2t=y(y+1)/2 on y és el valor on s'ha de trencar la segona part

De fet seria una expressió semialgebraica que reflexes l'estratègia que s'ha seguit, més o menys semblada a la que hem exposat.