

# **L'educació matemàtica a través del treball en contextos no matemàtics**

**Martí Casadevall Pou**

**IES Arquitecte Manuel Raspall**

**Cardedeu**

**Supervisora: Carmen Azcárate Giménez**

**Universitat Autònoma de Barcelona**

**Curs 2008-2009**

**Memòria del treball de la llicència d'estudis retribuïda**

# ÍNDIX

1	Introducció .....	3
1.1	El perquè d'aquest treball .....	3
1.2	Antecedents .....	4
1.3	Objectius .....	7
2	Bases teòriques per fonamentar una educació matemàtica en contextos .....	9
2.1	L'educació matemàtica per a tothom des d'una perspectiva social i cultural. ....	9
2.2	El procés de matematització.....	14
2.3	Realitat i matemàtiques .....	20
2.4	Els contextos en el currículum de l'ESO.....	27
3	Metodologia: com hem fet el treball.....	30
3.1	El punt de partida.....	30
3.2	La fonamentació del treball en contextos .....	30
3.3	La concreció dels criteris per analitzar els contextos i l'organització de la informació corresponent. ....	32
3.4	L'elaboració de les unitats didàctiques .....	32
3.5	La descripció i valoració de les implicacions en la programació de la matèria i en la gestió de l'aula .....	34
3.6	La contribució al desenvolupament del projecte de l'aplicació ARC-cercaMat i la introducció dels elements elaborats .....	35
4	Els contextos no matemàtics en l'educació matemàtica: característiques i criteris de classificació .....	36
4.1	El context: significat general i concreció a l'educació matemàtica .....	36
4.2	Criteris per a classificar i escollir contextos en relació als seus valors intrínsecs .....	40
4.3	Criteris per a classificar i escollir contextos en relació a les matemàtiques implicades.....	42
4.4	La fitxa de la unitat didàctica associada al context.....	43
5	Exemples desenvolupats.....	46
5.1	Materials inclosos a cada unitat didàctica .....	46
5.2	Les ombres del sol (Annex I).....	46
5.3	Habitatges i terrenys (Annex II) .....	49
5.4	Enquesta electoral (Annex III) .....	50
5.5	Taula d'orientació (Annex IV) .....	51
6	Implicacions en la programació de la matèria i en la gestió de l'aula.....	53
6.1	La planificació .....	53
6.2	La gestió de l'aula.....	56
7	Difusió.....	66

7.1	L'ARC-cercaMAT .....	66
7.2	Altres canals de difusió.....	66
8	Síntesi de les aportacions i propostes .....	67
9	Agraïments i consideracions finals .....	70
10	Relació de materials inclosos en els annexos .....	72
10.1	Annex I: Ombres del sol .....	72
10.2	Annex II: Habitatges i terrenys.....	72
10.3	Annex III: Enquesta electoral.....	72
10.4	Annex IV: Construcció d'una taula d'orientació .....	72
11	Bibliografia .....	73

# 1 Introducció

## 1.1 *El perquè d'aquest treball*

Les matemàtiques han tingut des de sempre un paper clau en diferents àmbits del món físic, personal o social. Els seus models i els seus procediments han estat indispensables per donar resposta a necessitats humanes, des de les més bàsiques i ancestrals com la mesura del temps, fins a les més actuals relacionades amb les noves tecnologies.

Ningú discuteix aquest paper i com a conseqüència tampoc es posa en dubte la necessitat d'una competència matemàtica per a ser ciutadans actius i reflexius.

Aquests dos termes, el paper clau de les matemàtiques a la societat i la necessitat de ser competent per gestionar-lo, estan lligats a través de l'educació matemàtica com a part essencial de l'educació global de l'individu. Però l'educació matemàtica presenta greus problemes a l'hora de donar a tothom un mínim de competències que permetin usar els instruments i processos matemàtics de manera adequada en els àmbits que ho requereixin. Molta gent, fins i tot amb estudis superiors, reconeix el fracàs de la seva educació matemàtica i manifesta el sentiment de la inutilitat de les matemàtiques de l'educació secundària. La incompetència matemàtica és acceptada com a part de l'estatus normal de l'individu. No és estrany, per tant, que es puguin trobar al diccionari paraules com analfabet o il·letrat i per contra no hi hagi una paraula com "anumèric". A vegades aquesta incompetència es manifesta en forma d'errors en els mitjans de comunicació, la gravetat dels quals no és valorada amb la mateixa mesura que si s'haguessin comès en un altre àmbit de la cultura.

Els motius del fracàs de bona part de la població a l'hora d'adquirir una competència matemàtica bàsica són molts i de diferents tipus. Possiblement un dels fonamentals és el rebuig o aversió envers la matèria. Sense una actitud d'interès i sense confiança en la pròpia capacitat per aprendre és molt difícil la millora de la competència matemàtica i que aquesta es pugui posar en joc quan sigui necessària.

L'origen d'aquestes actituds negatives es pot atribuir a moltes raons, però en volem destacar dues de fonamentals: la dificultat inherent a l'activitat matemàtica i la no percepció del paper de les matemàtiques a la societat (Niss M., 1995) .

L'activitat matemàtica comporta dificultats intrínseques perquè requereix la posada en joc de processos d'abstracció i sistematització que demanen concentració, reflexió,

temps i esforç. Per superar aquestes dificultats calen recursos i estratègies didàctiques que ajudin a superar-les i estimulin l'interès i el treball, indispensables per aprendre.

L'altra de les causes de l'actitud negativa que porta a la incompetència matemàtica és la invisibilitat de les matemàtiques a la societat. Hi són però no es perceben. És la paradoxa de la rellevància (Niss M., 1995). Sabem de la seva rellevància objectiva i del seu paper essencial, però les veiem com irrelevantes subjectivament perquè desconexem aquest paper. Per ajudar a desfer aquesta paradoxa, l'educació hauria d'evidenciar el paper de les matemàtiques a la societat per ajudar a fer-les visibles i afavorir la competència del seu ús en contextos fora de les matemàtiques.

És en el marc de l'estudi d'elements que incideixen en la superació d'aquestes dificultats on es situa el treball desenvolupat en aquesta llicència d'estudis. Per una banda, l'exploració de les característiques i les possibilitats d'una educació matemàtica a partir de contextos no matemàtics que afavoreixi l'educació global de l'alumne i l'adquisició de competències bàsiques, i per altra, la mostra d'exemples concrets que proporcionin recursos didàctics accessibles al professorat.

## **1.2 Antecedents**

El camí que es mostra en aquesta memòria no comença aquí sinó que forma part d'un llarg recorregut iniciat als anys setanta quan uns quants professors i professores de secundària, alguns d'ells amb bastants anys d'experiència i preocupats pel fracàs i l'avversió de molts alumnes a les matemàtiques, van decidir treballar conjuntament amb l'objectiu de reflexionar sobre els motius d'aquest fracàs i buscar-hi solucions. Així va néixer el Grup Zero de Barcelona. Des de la seva fundació al 1975, va elaborar materials que entre altres característiques pretenien trencar amb l'enfocament formalista, eren els temps de la contaminació amb la Matemàtica Moderna, i apostar per la vinculació amb els problemes reals (Grup Zero, 1980)

Aquesta línia de treball estava en sintonia amb d'altres veus que, en aquells anys, o fins i tot abans, s'havien alçat per denunciar l'allunyament de l'educació matemàtica de les aplicacions reals, la seva desvinculació del desenvolupament històric del coneixement matemàtic i el seu oblit de la utilitat per conèixer i entendre el món que ens envolta. Morris Kline (1976), una d'aquestes veus més destacades, sostenia que la comprensió dels fenòmens reals requereix de les matemàtiques i que l'interès per elles dels no matemàtics ha de sustentar-se fora de les matemàtiques.

Dèiem que ningú posa en dubte la importància del paper de les matemàtiques aplicades a l'activitat científica, professional o de la vida quotidiana. El que sí es discuteix és el com ha de repercutir aquest paper en l'educació matemàtica. El dilema fonamental és si cal fer un procés que comenci en la matemàtica pura per després fer-

ne aplicació a situacions i fenòmens reals o bé si les matemàtiques han de ser pensades des del seu origen per a ser útils. Hans Freudenthal (1968) pren partit per la segona opció i aposta per una educació matemàtica basada en processos de matematització en situacions que formin part de la realitat de l'alumne.

Seguint aquesta línia, el Grup Zero (1981) elabora uns materials que tenen com a punt de partida problemes o situacions nucli on el model matemàtic sorgeix com una necessitat i l'alumne és el protagonista actiu de l'activitat matemàtica. La tradició del nostre país no és aquesta i ho era menys fa uns anys. Per això aquests materials trenquen amb un model dominant del llibre de text, i de retruc d'un ensenyament a partir de l'explicació d'unes matemàtiques acabades i descontextualitzades. Per escriure aquests textos, el Grup Zero va haver d'inspirar-se en referents fora del nostre país com ara els llibres del SMP (School Mathematics Project) que posaven en primer pla els contextos on s'usen les matemàtiques.

A mitjans dels vuitanta es desenvolupa a Gènova, sota la coordinació i guiatge teòric de Paolo Boero, un projecte que proposa l'educació matemàtica en un marc interdisciplinari amb les ciències, on els contextos a estudiar es trien per la seva idoneïtat didàctica per introduir els continguts matemàtics, però també per la seva rellevància científica, cultural i social. L'activitat matemàtica es veu com un element de la cultura humana i es pretén que els alumnes se'n sentin hereus i tinguin la possibilitat de participar-hi activament.

L'ampliació de l'ensenyament obligatori fins els setze anys, l'ESO, iniciat a principis dels anys noranta va suposar un repte que, entre altres exigències, demanava començar l'educació secundària als dotze anys amb la perspectiva d'incloure-hi tot l'alumnat fins els setze anys. Aquesta nova situació va posar de relleu encara amb més força la necessitat d'una educació matemàtica que per ella mateixa donés resposta a la pregunta: i això per què serveix? Davant d'aquest repte, alguns professors i professores del Grup Zero van connectar amb el projecte de Gènova, van adaptar els seus materials i adoptaren l'enfocament interdisciplinari en el projecte "Mesura i realitat" que propicia una concepció de la matemàtica com a activitat humana arrelada a la història de la cultura i que dóna resposta a les necessitats de la societat actual (Lladó i Boero, 1995).

Aquest enfocament interdisciplinari no va arrelar malgrat estar contemplat en el marc curricular de la llei educativa que va introduir l'ESO. La visió compartimentada del coneixement, l'accés a la professió docent organitzada per matèries, la poca tradició de treball conjunt entre elles i la falta de formació didàctica específica, fa que les experiències de treball interdisciplinari a l'aula siguin poques i sense continuïtat. I encara més escassos són els centres amb projectes curriculars amb aquesta orientació global.

Malgrat els nous currícula de l'ESO, en la majoria dels centres no es van produir gaires canvis reals en els continguts i metodologies de l'educació matemàtica. Es continuava donant molt pes a procediments rutinaris, desfasats en relació a les necessitats actuals del càlcul i allunyats de la seva aplicabilitat en situacions reals. Des del departament d'Educació es va promoure un estudi que analitzava la situació, apostava per dotar a l'alumnat d'eines i criteris per afrontar problemes en contextos que fossin per ells mateixos educatius d'acord amb els objectius globals de l'etapa i posava exemples concrets d'aquests problemes o situacions problemàtiques (Casadevall, Lladó, 99)<sup>1</sup>. Tenint en compte les dificultats per generalitzar el treball interdisciplinari, aquest enfocament obria la possibilitat de l'educació matemàtica dins de la seva àrea a partir de situacions o camps de problemes situats fora d'ella. Hi ha experiències, malauradament puntuals, que van en aquesta direcció, és a dir, de treball en contextos significatius on l'alumne s'hi pugui fer preguntes i viure el paper de les matemàtiques com un instrument indispensable per donar-hi resposta (Casadevall, 2007).

Ara estem davant d'un nou currículum que proposa una visió competencial de l'educació orientada a preparar als ciutadans per als reptes professionals i personals. Es pretén evitar una visió tancada només a desenvolupar competències per a les activitats internes al món acadèmic. Però ja hem dit que els canvis reals en la manera d'enfocar l'educació matemàtica és produeixen molt lentament. Són més fruit de la necessitat immediata de disminuir el fracàs escolar en matemàtiques i d'adaptar-se als reptes d'una població escolar molt diferent a la de temps anteriors, que no pas conseqüència dels canvis curriculars o de la reflexió sobre els objectius i la metodologia de l'educació matemàtica. Les inquietuds del professorat a l'hora de tirar endavant la seva classe en el dia a dia són el motor per a la millora de la tasca docent, però a vegades els canvis estan mancats d'una visió general que els orienti i permeti diferir la valoració de les millores a més llarg termini que la motivació i el resultat immediats.

En el contacte amb els professors a través dels cursos de formació hem pogut constatar que per promoure millores en l'enfocament de l'educació matemàtica calen propostes concretes, materials i recursos que lliguin el currículum amb les necessitats del treball a l'aula, però també idees que ajudin a fer-ne una reflexió i que donin sentit als canvis en la metodologia i els continguts cap a una educació matemàtica per a tothom.

En la línia de proporcionar eines concretes al professorat, Aubanell (2007) ha fet una extensa i comentada catalogació de recursos i materials didàctics, tot suggerint un recobriment amb aquests recursos del currículum de matemàtiques a l'educació secundària obligatòria. A partir d'aquesta idea s'apunta la proposta de fer altres recobriments curriculars segons diferents punts de vista. Proposta que entronca amb

---

<sup>1</sup> Lliurat al Departament d'Educació però no publicat.

els propòsits d'aquesta llicència, perquè un d'aquests punts de vista pot ser els contextos no matemàtics.

### **1.3 Objectius**

- Quin pot ser el paper dels contextos externs a les matemàtiques en l'educació matemàtica a l'ESO?
- És possible partir de situacions i problemes de diferents àmbits per introduir i justificar els conceptes i procediments matemàtics?
- Quin marc teòric sustenta una educació matemàtica que parteixi d'allò que l'alumne percep com a real per tal de posar de manifest el paper que tenen les matemàtiques en aquesta realitat?
- Quins són els avantatges d'aquest enfocament de cara al repte d'estendre l'educació matemàtica a la majoria de la població ?
- Des de quins punts de vista es poden valorar els contextos i quins criteris poden orientar la seva selecció?

L'objectiu primordial d'aquest treball és l'exploració de les respostes a aquestes preguntes amb la intenció de donar als professors i professores de matemàtiques elements de reflexió lligats als plantejaments del nou currículum que contribueixin a la millora de la seva tasca docent.

Però les reflexions sobre l'educació si no van acompanyades d'exemples concrets per portar a l'aula corren el perill de quedar allunyades de les inquietuds reals del professorat. Per això aquest treball pretén també mostrar situacions i contextos per treballar a l'aula que il·lustrin els punts de vista analitzats i mostrin la seva sintonia amb els nous currículums. En alguns casos aquests exemples es basen en l'experiència i s'acompanyen de la seva programació detallada i el seu desenvolupament com a unitat didàctica.

Per últim ens hem plantejat que aquestes mostres pràctiques puguin ser accessibles al professorat. Propòsit que volem dur a terme en el marc del projecte ARC-cercaMAT del CREAMAT<sup>2</sup>, al disseny del qual hem contribuït en el marc d'aquesta llicència d'estudis. El projecte ARC consisteix en elaborar una base de dades d'elements pràctics per a l'educació matemàtica connectats amb el currículum i catalogats per tal de fer-los fàcilment accessibles a través d'internet mitjançant una aplicació informàtica. Aquests elements formen recobriments curriculars des de diferents punts de vista, un

---

<sup>2</sup> Centre de recursos per ensenyar i aprendre matemàtiques. Departament d'Educació. Generalitat de Catalunya.



dels quals és el dels contextos en l'educació matemàtica. Però la voluntat de facilitar al màxim l'accés als recursos podria comportar la pèrdua del seu lligam amb les idees que els orienten i justifiquen. Seria una llàstima que s'hagués de renunciar a mostrar aquests plantejaments de fons. Com dèiem en un apartat anterior, la urgència de les necessitats del professorat fa que sovint els canvis introduïts en la tasca docent no estiguin sustentats per una reflexió que els emmarqui dins d'una manera d'entendre l'educació matemàtica. Es corre el perill que les noves propostes només es mirin des del punt de vista de la generació de motivació immediata i s'oblidin aquelles finalitats educatives a més llarg termini orientades a l'educació global de l'individu i l'adquisició de competències bàsiques.

Amb l'objectiu d'evitar aquest perill es pretén incloure a cada un dels contextos catalogats elements de connexió amb el marc teòric que el sustenta, per tal de facilitar la reflexió del professorat i potenciar el contrast amb les seves concepcions prèvies sobre l'educació matemàtica.

En resum, aquest treball té com a primer objectiu estudiar i establir un cert marc teòric que justifiqui i orienti el paper dels contextos no matemàtics en l'educació matemàtica tenint en compte el nou currículum, com a segon objectiu proporcionar exemples pràctics que ho il·lustrin i, per últim, fer-los accessibles sense deixar de mostrar el seu sentit i intenció en relació al marc teòric on estan inclosos.

## 2 Bases teòriques per fonamentar una educació matemàtica en contextos

### 2.1 *L'educació matemàtica per a tothom des d'una perspectiva social i cultural.*

Aquest treball parteix de la idea bàsica d'una educació matemàtica dirigida a tots els nois i noies. Considerem que tothom pot ser capaç de reconèixer el paper que les matemàtiques han tingut i tenen com un instrument i una manera de conèixer el món, de prendre'n consciència i participar-hi activament. Serà aquesta presa de consciència, en el marc de la interacció social a la classe, allò que ajudarà a posar en joc els models, tècniques o procediments matemàtics en les situacions oportunes tant de la vida personal com social. A la vegada farà partícips els nois i les noies d'una cultura matemàtica inherent a múltiples activitats humanes bàsiques que s'arrela a la història de la cerca de respostes a qüestions i problemes que des de l'origen de les civilitzacions han interessat la humanitat.

#### 2.1.1 Educar en una manera de conèixer

Diu Bishop que “ensenyar als nens a fer matemàtiques destaca el coneixement com *una manera de fer*” i ho contraposa amb la seva aposta per “una educació matemàtica que s'ocupa essencialment d'*una manera de conèixer*” (Bishop, 1999: 20). D'acord amb aquesta idea entendrem l'educació matemàtica per a tothom dins d'una perspectiva cultural i social que requereix una activitat matemàtica plena de sentit per a l'alumne i exigeix al professorat una visió que va més enllà de la instrucció en unes tècniques o procediments. Aquest pas que va d'entendre l'educació matemàtica des d'una manera de fer a una manera de conèixer, no és senzill de fer ni fàcil de traduir a la pràctica real a l'aula.

Sabem que per a molts professors i alumnes, inclosos pares o altres agents d'ajuda extraescolar, l'adquisició de tècniques i rutines és l'aspecte de les matemàtiques on es troben més a gust. Els dona seguretats i certeses no solament en el seu aprenentatge, sinó també en el seu seguiment o avaluació. Fins i tot es pot arribar a pensar que un enfocament d'aquest tipus, és a dir una educació matemàtica basada en l'adquisició de tècniques, és la clau perquè l'alumnat adquireixi seguretat i com a conseqüència faciliti la participació de tothom en l'educació matemàtica.

Tal com molt bé ens recorda Bishop, el que pretén el desenvolupament de tècniques és instruir i ensinistrar, però encara que hi reeixís no pot educar, “per al nen que hi tingui èxit és, com a molt, un ensinistrament, però per al que hi fracassi és un desastre” (Bishop, 1999: 26).

Per això, reconeixent la necessitat i el valor de la instrucció en tècniques i habilitats, i sense desmerèixer la seguretat i satisfacció que pot proporcionar a ensenyants i alumnes, pensem que una educació matemàtica per a tothom ha d'estar orientada per activitats que donin valor a les matemàtiques no només com un element de seguretat i èxit acadèmic sinó fonamentalment com un instrument de coneixement.

### **2.1.2 Activitats bàsiques on s'han desenvolupat les matemàtiques: les primeres preguntes**

Dins de les matemàtiques hi podem trobar aspectes que generen emocions i sentiments propis d'un art. La bellesa, l'harmonia, l'elegància són qualitats que es poden percebre en l'activitat matemàtica i en els productes que s'hi generen. Aquesta sensibilitat és un aspecte que pot ser estimulat a través de l'educació matemàtica però pensem que no pot posar-se com a objectiu prioritari, o almenys com una finalitat bàsica per a tothom. De la mateixa manera que hi ha diferents sensibilitats i capacitats per gaudir de la música i de la pintura, no tothom sent el mateix davant d'una solució a una problema matemàtic que per a alguns pot ser d'una gran bellesa i elegància.

Molts dels professors i professores que imparteixen matemàtiques es troben entre els que han desenvolupat i tenen aquesta sensibilitat envers la bellesa de les matemàtiques, però no són representatius de tot el professorat i encara menys de tota la població. Això fa, per un costat, que el professor que valora les matemàtiques com una font de satisfacció personal i gaudeix amb la seva activitat, estigui en les millors condicions per fer viure l'entusiasme que poden generar. Però en canvi li pot resultar difícil comprendre que bona part de l'alumnat no arribi a tenir aquest sentiment. Fins i tot podria ser que aquesta emoció que l'alumne observa en el seu professor o professora o en alguns dels seus companys, lluny de ser un estímul el porti a pensar que l'activitat matemàtica s'ha de basar en una satisfacció que no comparteix, que les matemàtiques són per a qui els agradin i que si no t'agraden no hi tens res a fer.

Sense desmerèixer ni renunciar a manifestar i fer viure a l'alumnat la bellesa de les matemàtiques, considerem que en una educació per a tothom no podem basar el sentit de l'activitat matemàtica en la seva bellesa perquè, com un peix que es mossega la cua, només si té sentit i l'entendem en podrem gaudir. Per fer viure aquesta emoció que pot generar la matemàtica primer cal que sigui entenedora, i per fer-la entenedora apostem per donar-li sentit fora de les matemàtiques com part d'una cultura generada per la necessitat de conèixer el món.

Per reforçar la perspectiva cultural de les matemàtiques i el seu paper com un instrument i manera de conèixer, seria bo considerar l'entroncament de l'activitat matemàtica a l'aula amb les activitats humanes bàsiques que es troben a l'origen del desenvolupament de les matemàtiques. Si considerem que aquestes formen part de la cultura de la humanitat i són fruit de necessitats que els homes i les dones han tingut al llarg del temps, identificar i posar de relleu aquestes necessitats pot conduir-nos a sintonitzar els nois i les noies amb la cultura matemàtica de sempre i per a tothom. Així com la comunicació ha estat la necessitat bàsica a partir de la qual s'ha desenvolupat el llenguatge, i un bon educador en llengua per a tothom mai ha de perdre de vista aquest motor original i bàsic de la seva disciplina, l'ensenyant de matemàtiques ha de tenir present quins han estat els motors del desenvolupament de la cultura matemàtica.

Bishop agrupa aquestes activitats en sis grans blocs: comptar, localitzar, dissenyar, mesurar, jugar i explicar. A l'hora d'analitzar els contextos tindrem en compte aquest punt de vista. No és tant important la classificació sinó mirar els contextos com contenidors o generadors d'activitats que es puguin relacionar amb necessitats bàsiques de la humanitat, amb aspectes que siguin o hagin estat culturalment rellevants. D'aquesta manera l'activitat matemàtica podrà connectar amb curiositats i interessos que a més o menys profunditat tots tenim, i a la vegada farà prendre consciència d'unes matemàtiques que donen resposta a aquesta curiositat i interès. Per il·lustrar-ho fixem-nos en un exemple que pertany al bloc d'activitats de "localitzar". Ens referim a les activitats matemàtiques generades a l'entorn dels problemes de l'orientació, perquè tots els nois i les noies, com totes les persones i, en aquest cas, fins i tot els animals, tenen o poden tenir la inquietud d'orientar-se per dirigir-se amb seguretat cap a un lloc. Es tracta d'una inquietud bàsica que potser no la trobarem d'entrada en un primer pla però que la podrem fer emergir perquè orientar-se ha estat i continua essent una necessitat humana fonamental. El professor o professora que en tingui consciència explícita podrà proposar activitats didàctiques a partir de situacions, qüestions i problemes que des de sempre ha plantejat aquesta necessitat. Lladó (2006) parla de l'activitat matemàtica fonamentada en les primeres preguntes més que no pas en les últimes respostes. En uns moments en què podria semblar que només estem atents a nous reptes i qüestions generats en la immediatesa d'un món canviant, es tracta d'apostar per posar de manifest que les matemàtiques s'han desenvolupat, des de les primeres preguntes de la humanitat, com un instrument de coneixement que ha contribuït de manera decisiva per arribar a les darreres respostes del món actual.

### **2.1.3 Fer visibles les matemàtiques**

Als apartats anteriors hem considerat que l'activitat matemàtica en l'educació per a tothom ha de prioritzar la visió de les matemàtiques com una eina de coneixement i el seu lligam natural amb activitats bàsiques del gènere humà. Aquest enfocament posa

de relleu la paradoxa de la rellevància (Niss, 1995) que hem exposat a la introducció d'aquesta memòria. Resulta que aquestes matemàtiques tan necessàries per donar resposta a qüestions i problemes que afecten tan directament a necessitats bàsiques de tothom no són visibles per a molta gent. Fora del marc acadèmic no es perceben. En general s'admet que, objectivament, són importants i necessàries, però es consideren irrelevants subjectivament perquè no es veu aquesta importància ni s'és conscient del seu paper en la societat. Molta gent, fins i tot que excel·leix en altres camps de la cultura, pensa que les matemàtiques que va estudiar a l'educació secundària no tenen connexió amb la vida real i no li han servit per res. Considerem, per tant, que una finalitat de l'educació matemàtica per a tothom és aconseguir que les persones valorin el paper de les matemàtiques a la societat a partir de l'activitat portada a terme a l'aula.

Quan parlem de fer visibles les matemàtiques ens referim per un costat a promoure la competència matemàtica en l'ús de les seves tècniques i els seus models, en situacions de la vida quotidiana de les persones fora del marc acadèmic. Però d'acord amb el que abans hem dit sobre la matemàtica com una manera de conèixer lligada a les necessitats originades en múltiples activitats humanes, considerem que la cultura matemàtica bàsica ha d'incloure la capacitat de valorar-ne el seu paper en situacions que ultrapassen les necessitats de la vida privada de l'individu. És el que Niss (1995) sosté quan parla de "proporcionar al ciutadà comú una percepció de la naturalesa de l'habilitat dels experts" com una contribució a allò que anomena valor educatiu general, no en el sentit d'afavorir facultats mentals de raonament abstracte i resolució de problemes descontextualitzats, sinó en el sentit de fer visibles les matemàtiques com a factor de coneixement i desenvolupament de la naturalesa, de la tecnologia, de la societat i en últim terme de la vida de les persones. No podem oblidar que la societat democràtica està basada en la participació responsable i informada dels seus individus, i que la majoria de les decisions es prenen en base a dades quantitatives. Per això els contextos on desenvolupar l'activitat matemàtica hauran de ser escollits tenint en compte aquesta contribució a l'educació global per fer ciutadans més capaços de prendre decisions fonamentades en l'àmbit personal i social.

#### **2.1.4 L'activitat matemàtica com una conversa al llarg dels temps i a l'aula**

La perspectiva cultural ens porta, finalment, a considerar la interacció social en l'educació matemàtica. Una interacció social entesa en el temps i que considera la matemàtica com a fruit cultural generat per la contribució dels homes i les dones que ens han precedit i que com nosaltres han necessitat de la matemàtica per donar resposta a les seves inquietuds i ganes de conèixer. És en aquest sentit que Lladó (2006), parla de l'educació matemàtica com una mena d'invitació i preparació per participar en la conversa del gènere humà que s'ha desenvolupat al llarg del temps en

diferents registres i veus, una conversa en sentit estricte dins d'un mateix i amb altres persones, però també entesa en un sentit ampli com "la interacció de diferents veus: la veu de la vida pràctica, la veu de la història, la veu de la ciència, etc." Aquestes idees concreten en la matemàtica una visió de l'educació bellament expressada per Oakeshott i que trobem citada pel mateix Lladó i Jorba (1998: 260):

Com a membres de la civilització humana, som els hereus, no d'una pregunta sobre nosaltres mateixos i el món, ni d'un cos acumulador d'informació, sinó d'una conversa iniciada en el bosc primitiu i estesa i esdevinguda cada vegada més articulada al llarg dels segles. És una conversa que continua en públic i dins de cadascú de nosaltres.... L'educació, estrictament parlant, és una iniciació a l'habilitat i participació en aquesta conversa, on nosaltres aprenem a reconèixer les veus, a distingir les formes correctes d'expressió, i a través de la qual adquirim els hàbits intel·lectuals i morals apropiats a la conversa. I és aquesta conversa que, a la fi, dona pas i caràcter a tota activitat humana. (Oakeshott, 1962)

Ens agrada aquesta citació perquè destaca la finalitat educativa de fer ciutadans competents per poder participar activament d'aquesta conversa que és la nostra herència cultural. Això convida el professorat de matemàtiques a tenir molt present la rellevància cultural i històrica dels contextos a l'hora d'escollir-los i a prendre el compromís de considerar la contribució de l'educació matemàtica a l'educació integral de l'individu, si és possible, en coordinació amb les altres àrees. Però, si cal, només des de les matemàtiques, tal com afirma Santaló parlant del sistema Terra Sol, precisament un dels contextos que es desenvoluparan en aquest treball:

Els professors de matemàtiques no poden desentendre's de la responsabilitat de formar ciutadans amb una cultura general d'acord amb l'estat de la civilització actual. Cada mestre o professor ha de procurar impartir els coneixements bàsics d'aquesta civilització, sense preocupar-se de si aquests són repetits en altres matèries o segons altres punts de vista...(Santaló, 1992).

La dimensió social entesa en el temps, a la qual l'educació matemàtica pretén invitar l'alumnat, ha de tenir forçosament un reflex en la interacció social de l'activitat matemàtica a l'aula, on parlar, discutir, interpel·lar, contrastar i escoltar esdevé indispensable perquè els raonaments, les propostes i les idees, però també els dubtes i els errors, es facin presents. És en el marc d'aquesta comunicació que l'alumnat tindrà "l'oportunitat de reflexionar i emetre judicis sobre les matemàtiques implícites, i també examinar qüestions relacionades amb la matematització i mecanització de la nostra societat" (Keitel, 1997).

És evident que la comunicació sempre té un paper clau en el procés educatiu. A vegades, però, aquest paper s'ha reduït a l'explicació oral o escrita del professor o professora per a transmetre uns coneixements o una informació i a la producció escrita de l'estudiant per a ser avaluat. Jorba i Lladó (1998: 269) parlen de la verbalització oral i escrita en el "joc social de conèixer" com l'element mediador entre els agents de

l'activitat educativa gràcies al qual els estudiants argumenten les seves propostes i controlen el sentit de la seva activitat. Això comporta l'establiment d'un contracte didàctic (Azcàrate, 1994) on l'estudiant reconegui el rol essencial de la participació i l'intercanvi d'idees a l'aula en el seu procés d'aprenentatge, cosa que no sempre és fàcil perquè molts nois i noies veuen aquesta participació com un examen dels seus coneixements més que no pas una via per contrastar-los i fer-los seus. Per aconseguir-ho és indispensable que el professor accepti, valori i planifiqui el seu paper d'animador i coordinador. Però, sobretot, cal que estableixi a l'aula una organització i un ambient que fomenti una participació on tothom se senti respectat i escoltat.

També, segons aquest punt de vista, és fonamental el plantejament a l'aula d'activitats a partir de situacions i contextos que afavoreixin la participació de l'alumnat i la possibilitat que pugui parlar i discutir sobre coses que tinguin sentit per a ell.

## ***2.2 El procés de matematització.***

Per un costat tenim les idees, models, formes de representació i procediments que constitueixen el cos de les matemàtiques i que, com una mena de "tecnologies simbòliques" (Bishop, 1999) i "organitzatives" (Lladó, 2006), s'han originat i són utilitzades en activitats humanes de molts diversos àmbits, entre ells el de la mateixa matemàtica. A l'altra banda hi tenim aquests àmbits o contextos que són objecte de coneixement i que plantegen problemes i qüestions on aquestes tecnologies simbòliques hi juguen el seu paper com a instrument de coneixement. Els ponts que estableixen la relació entre aquests dos costats són els processos de matematització o modelització. La invisibilitat de les matemàtiques representa una de les dificultats per establir aquestes relacions. Recuperant el que dèiem a l'apartat anterior, una educació matemàtica orientada fonamentalment al desenvolupament de tècniques no afavoreix els processos de matematització perquè no ajuda a fer visibles les matemàtiques en els contextos on són necessàries. Un enfocament cap una manera de conèixer s'ha d'ocupar de potenciar la competència en reconèixer i usar de manera oportuna els instruments matemàtics. És un repte difícil en el qual els contextos, propers a la realitat de l'alumne, hi juguen el primer paper i és a partir d'ells que s'estableixen els processos de matematització. Per fer visibles les matemàtiques primer hem de veure el context.

En aquest apartat ens ocuparem del paper essencial i inevitable dels contextos en els processos de matematització i de la possibilitat d'establir itineraris didàctics que generin nous contextos on desenvolupar aquests processos de matematització cada vegada més complexos. Deixarem per al proper apartat el marc teòric dels diferents punts de vista per analitzar la proximitat d'un context a l'alumnat.

### **2.2.1 El context: comprendre per aprendre**

Per usar, construir o valorar un instrument cal comprendre perquè el necessitem, hem de poder imaginar i parlar del que volem aconseguir amb el seu ús, i un cop l'hem usat hem de poder contrastar els resultats obtinguts.

Si pensem en termes d'educació matemàtica, l'alumnat ha de trobar sentit al context on es desenvolupen les activitats que se li proposin, és a dir, ha de poder parlar de què fa i perquè ho fa, més enllà de la justificació derivada del contracte escolar que, implícitament o explícita, pot establir que les coses a l'escola es fan perquè així ho determina el professor o per superar un examen; ha de poder plantejar-se preguntes, conjecturar o imaginar possibles respostes o solucions i contrastar el significat dels resultats obtinguts.

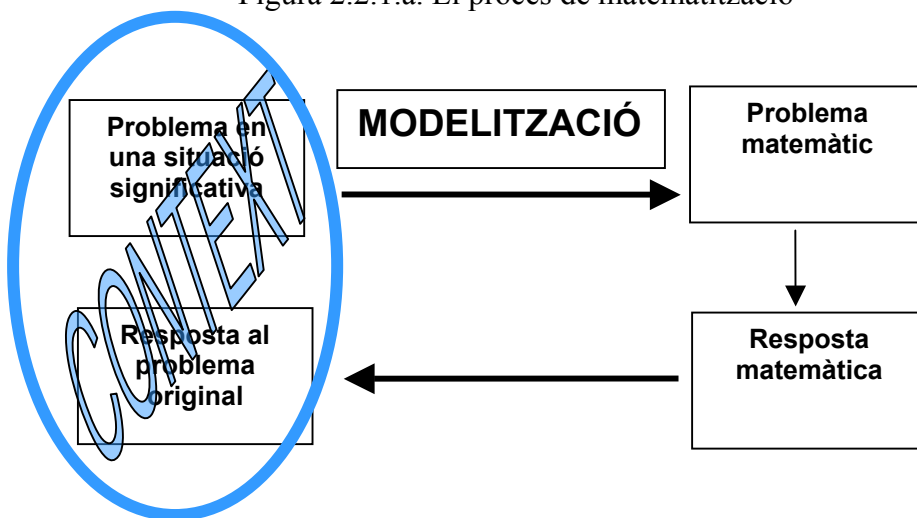
És interessant demanar als estudiants, fora de l'àmbit escolar, que ens expliquin què estan estudiant a la classe de matemàtiques. Deixant de banda que la resposta més habitual és la qualificació que han tret a l'últim examen, sobretot si han obtingut una bona nota, en el cas de referir-se a un contingut o procediment matemàtic difícilment són capaços d'explicar res més que no sigui una tècnica, sense justificar-ne el seu sentit i la seva utilitat fora de l'àmbit acadèmic.

Quan parlem de context ens referim a situacions sobre les quals recau l'atenció de l'alumnat i que són generadores de qüestions i problemes que requereixen d'una modelització matemàtica per a donar-hi resposta o solució. L'estudi del context, que ha de formar part d'una realitat de la qual s'ha de tenir una comprensió bàsica prèvia, dóna sentit a les qüestions o problemes, que a la vegada donaran sentit i valor a l'instrument o model matemàtic. Ramos i Font (2006) parlen de dos usos del terme context en relació a un objecte matemàtic, un seria el context com a cas particular d'aquest objecte matemàtic i, l'altre, el context com l'entorn "ecològic" que l'emmarca. Per tant ens referim a l'ús "ecològic" del terme però fent un pas més enllà per tal de donar-li el protagonisme com a objecte de coneixement per davant de l'objecte matemàtic, que per la seva funcionalitat denominem instrument matemàtic. Posem el context en primer pla com a objecte de coneixement convençuts que per aprendre cal comprendre, cal poder parlar i explicar què fem i perquè ho fem.



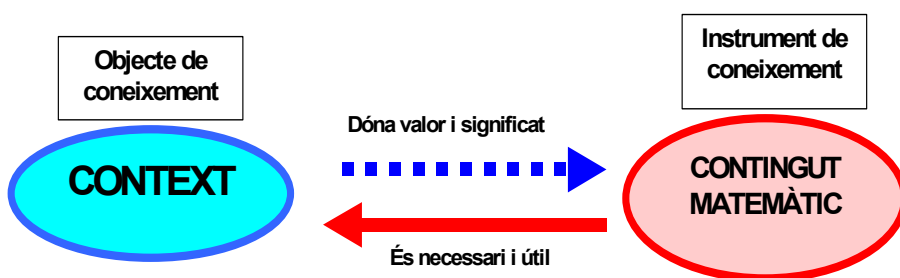
A la figura 2.2.1.a hi podem veure de manera molt esquemàtica el procés de matematització. Segurament aquest esquema l'identifiquem més aviat en relació a problemes concrets on cal aplicar un concepte o procediment matemàtic, de manera que el focus de l'activitat des d'un punt de vista educatiu està més en la part matemàtica o si voleu en processos específics de la resolució de problemes. El punt de vista que proposem és desplaçar el pes cap el context que dóna sentit al procés. És evident que com a tota situació didàctica planificada hi pot haver una múltiple intencionalitat educativa que inclogui l'estudi del context en primer pla però també, i aquesta pot ser la finalitat última, la introducció o l'aprenentatge d'un cert contingut matemàtic.

Figura 2.2.1.a. El procés de matematització



Potser s'hagi escollit el context per la seva idoneïtat didàctica de cara a la introducció d'un contingut matemàtic, però el que viu l'alumne és que està estudiant una situació dins del context proposat i en conseqüència el seu primer interès es centra en ell. Si preguntem a l'alumne què està estudiant a la classe de matemàtiques hem d'esperar que d'entrada la seva resposta faci referència al context perquè el comprèn i en pot parlar. És la base o trampolí per a l'aprenentatge dels continguts matemàtics als quals dóna valor i significat perquè hi són necessaris (Figura 2.2.1.b).

Figura 2.2.1.b. Objecte i instrument



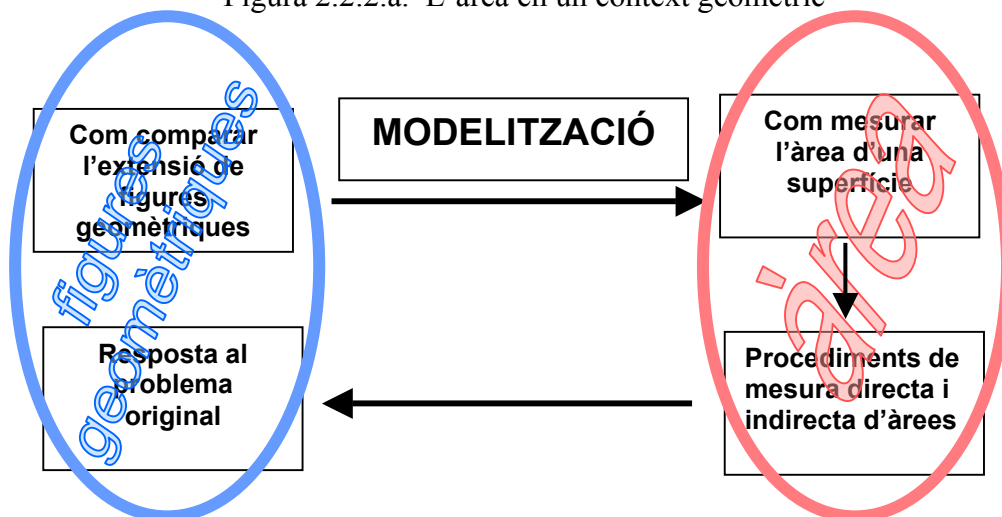
## 2.2.2 El context sempre hi és

Podem considerar que qualsevol que sigui l'activitat matemàtica sempre té un context que l'emmarca. Quan un matemàtic escriu o pensa "considerem un espai vectorial..." estableix un context matemàtic de referència on aplicarà, introduirà o desenvoluparà uns certs continguts per donar resposta a qüestions o problemes que es generen en el context. Si qui està llegint o escoltant comprèn el context, pot fer seves les qüestions que s'hi plantegen, estarà en bones condicions inicials per aprendre el que a continuació es farà, però si el context és un camp sense sentit per ell, tot el que vindrà després encara ho serà més.

La majoria de les vegades la introducció de conceptes o procediments matemàtics es fa a partir de situacions o contextos interns a la matemàtica.

Fixem-nos en el cas del concepte d'àrea i els procediments associats a la seva mesura que podem veure a l'esquema de la figura 2.2.2.a.

Figura 2.2.2.a. L'àrea en un context geomètric

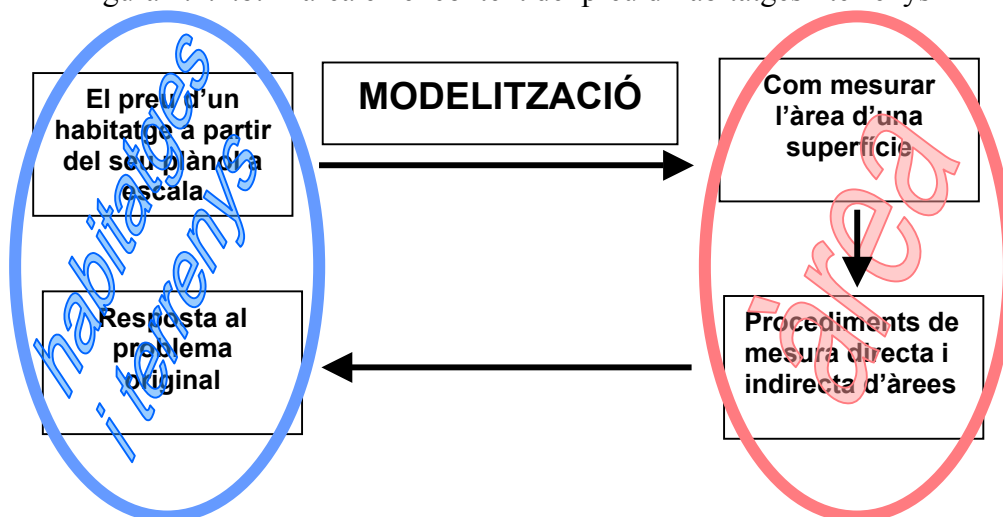


Es parteix d'un context matemàtic, les figures geomètriques. És en aquest context on ens plantegem la qüestió de com podem comparar l'extensió de la seva superfície. Per respondre-la passem al model matemàtic de l'àrea d'una superfície i al problema de la seva mesura, la solució del qual donarà resposta a la qüestió inicial en el context geomètric. Potser la idea de context en aquest cas sembli una mica difusa i no es distingeixi amb claredat de la seva matematització. Però la podem ressaltar si pensem en el tipus de preguntes que ens porten a introduir el concepte d'àrea; per exemple, com podem saber si un triangle i un rectangle tenen la mateixa extensió? Per poder-nos fer aquesta pregunta, el context geomètric dels polígons i les figures planes han de ser-nos familiars, han de formar part d'una realitat que compreguem i que volem comprendre encara millor. Tant la pregunta com la resposta han de tenir significat.

Si a un alumne que està estudiant aquest tema li preguntessin a casa seva què està fent a la classe de matemàtiques, hauria de poder respondre parlant en termes del context geomètric.

A la figura 2.2.2.b hi podem veure un esquema on l'àrea es treballa a partir d'un context no matemàtic, el del preu d'habitatges i terrenys.

Figura 2.2.2.b. L'àrea en el context del preu d'habitatges i terrenys



En el context dels preus d'habitatges i terrenys sorgeix, entre altres elements que poden condicionar el seu valor, la necessitat de comparar les extensions de superfícies en la realitat i sobre plànols a escala. Fixem-nos que els objectes d'aquesta realitat, tot i que siguin figures geomètriques, d'entrada no tenen perquè ser identificades com si ho fossin. És a dir, ens fem preguntes que fan referència als pisos i els seus plànols i és aquesta realitat que al cap i a la fi donarà sentit a les solucions trobades.

### 2.2.3 D'instrument a objecte de coneixement

Així doncs, en els processos de matematització distingim el context, com a objecte de coneixement, del model matemàtic, que hi juga el paper d'instrument de coneixement. Hem vist també que el context pot ser intern o extern a la matemàtica i ha de formar part del camp d'experiències de l'alumne per tal que s'hi pugui fer preguntes i contrastar les respostes. Aquest marc teòric ha estat desenvolupat per Lladó (1996) a partir de la dialèctica instrument objecte de Douady (1986).

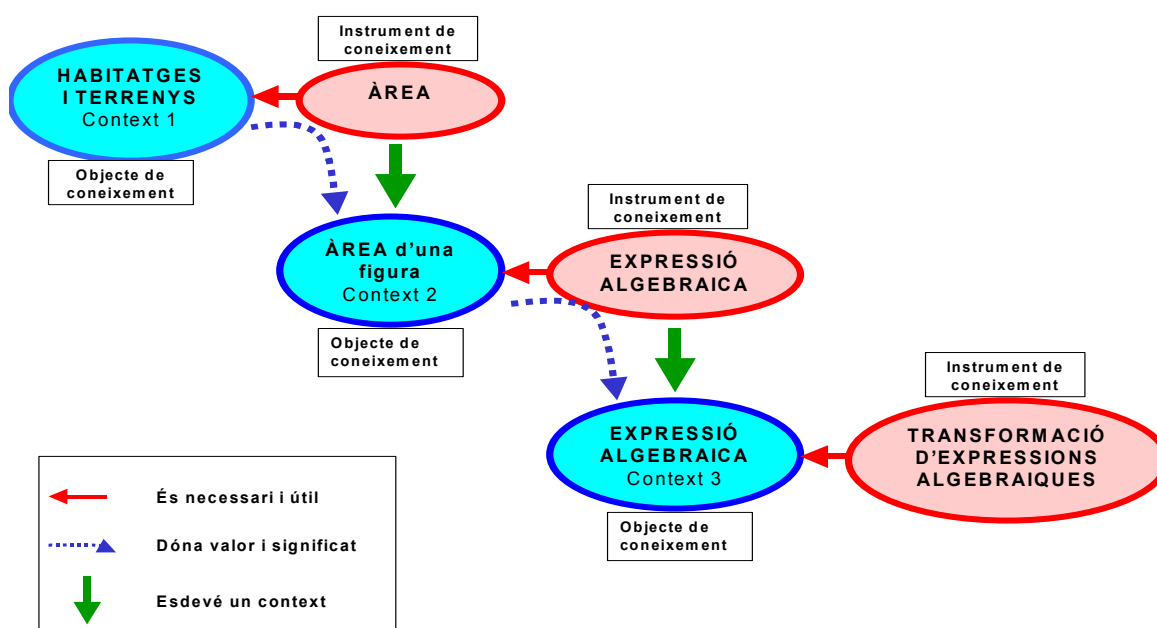
En el procés d'educació matemàtica un instrument o model matemàtic que s'ha introduït en l'estudi d'un context, matemàtic o no, pot a la vegada esdevenir un nou camp d'experiències de l'alumnat. És a dir, pot convertir-se en un nou context, ara sí matemàtic, que a la vegada requerirà nous instruments per donar resposta a les qüestions que s'hi presenten. Amb això volem dir que el caràcter d'instrument o el

caràcter d'objecte de coneixement d'un contingut matemàtic, dependrà del paper que juga en el procés didàctic: el podem considerar com un context que volem conèixer millor o com un instrument que ens és necessari per a l'estudi d'un altre context. A més a més, depèn també de la percepció que en tingui cada alumne, cosa que analitzarem al proper apartat.

Centrem-nos ara en aquesta visió dinàmica segons la qual els instruments de coneixement poden esdevenir nous contextos. Això ens obre la perspectiva d'establir itineraris didàctics sustentats en contextos que van apareixent de manera successiva en diferents etapes. Vegem-ne l'exemple que ens mostra Lladó (1996) en el qual es parteix del context, extern a les matemàtiques, del valor econòmic dels habitatges i terrenys on l'àrea hi és el model matemàtic fonamental; l'àrea, que en el context dels habitatges és l'instrument de coneixement, pot esdevenir un camp d'experiències independent del context inicial dels habitatges, és a dir serà un nou context o objecte de coneixement on es requeriran les expressions algebraiques com a model de representació i instrument de coneixement; més endavant les expressions algebraiques, dotades de sentit i utilitat en el marc de l'àrea de figures geomètriques, ens donaran un nou context on podem plantejar qüestions que necessitaran les transformacions d'expressions algebraiques com a instrument.

A la figura 2.2.3 hi podem veure aquest procés que no l'hem d'entendre en un interval o etapa curta sinó que pot desenvolupar-se en el transcurs de diferents cursos acadèmics.

Figura 2.2.3 D'instrument a objecte



#### **2.2.4 La idoneïtat didàctica del context**

L'esquema anterior ens mostra que una educació matemàtica basada en contextos comporta una planificació i programació didàctica a curt i a llarg termini on l'elecció dels contextos ha de considerar la seva proximitat a l'alumnat, cosa que analitzarem al següent apartat, el valor de context en l'educació global de l'alumnat, però també la idoneïtat didàctica en relació als continguts matemàtics.

El context pot ser el marc on el professor planifiqui i presenti situacions didàctiques (Brousseau, 1986) perquè l'alumne pugui fer-se preguntes que l'impliquin més enllà del requeriment del professor i facilitin l'aprenentatge o, en termes de Brousseau, l'apropiament d'un coneixement nou a partir de l'assumpció de la seva responsabilitat en el procés. Tot això sense oblidar el paper fonamental del professor que haurà d'assumir al final la seva responsabilitat per ajudar a institucionalitzar i organitzar els nous sabers.

Perquè es doni una bona situació didàctica per a l'aprenentatge en el marc d'un context, és indispensable que el nou instrument o model matemàtic sigui assequible a l'alumne segons l'edat i coneixements previs, i aporti un valor afegit observable i evident per a l'alumne en la resposta de les preguntes que s'ha fet en el context. Amb això volem assenyalar que l'aportació matemàtica no pot ser artificial i evitable. L'àrea en el context dels preus dels habitatges, la proporcionalitat directa en la relació entre les ombres del sol de diferents pals a la mateixa hora o la proporcionalitat inversa en l'estudi d'una palanca són exemples d'especial idoneïtat didàctica per a la introducció de models matemàtics.

La perspectiva de la idoneïtat dels contextos per a l'aprenentatge dels continguts matemàtics s'haurà de tenir molt present a l'hora de valorar-los i escollir-los. Serà fonamental per tal que la intencionalitat didàctica tingui el protagonisme que li pertoca en una educació matemàtica, tot i posar el context en primer pla.

### **2.3 Realitat i matemàtiques**

A l'apartat anterior hem tractat el procés de matematització mitjançant el qual les matemàtiques es fan presents en un context per donar resposta als problemes que s'hi presenten. Hem remarcat que el context ha de tenir sentit per a l'alumne de manera que s'hi pugui plantejar problemes i qüestions, i pugui assumir protagonisme i responsabilitat en el procés d'aprenentatge. Això requereix que el visqui emocionalment com una realitat propera. Ara ens ocuparem de les característiques del context que ho fan possible.

### 2.3.1 La proximitat del context a priori

En el marc conceptual de PISA<sup>3</sup> es parla de situacions i de contextos en relació als exercicis de les seves proves i se'n fa una classificació segons la seva proximitat a l'alumnat. Pel que fa a les situacions, el marc PISA (OCDE, 2006: 173) diu: "La situació és la part del món de l'estudiant en la qual es localitzen els exercicis que se li plantegen", mentre que: "El context d'un exercici ho constitueix la manera concreta en què aquest es presenta dins d'una situació".

Queda clar, per tant, que allò que hem anomenat context en aquest treball es correspon més aviat amb la idea de "situació PISA". De fet hem anat més enllà, perquè donem al context un paper clau en l'educació matemàtica com a referent on es plantegen problemes. En el marc conceptual d'unes proves potser no té sentit aquesta idea educativa més general de context, però ens sembla interessant el punt de vista de valorar les situacions, que nosaltres en direm contextos, segons la distància en relació a l'alumnat.

A la distància més propera (figura 2.3.1) hi haurien els contextos que fan referència a aspectes de la vida personal, com per exemple l'alimentació, l'habitatge propi o la família; després vindrien els contextos en els quals l'individu pot desenvolupar la seva vida quotidiana, com: l'escola, la feina o l'oci; una mica més lluny hi haurien els contextos públics de la vida social, local o global; finalment, i en un altre pla, hi trobaríem els contextos científics, inclosos els purament matemàtics.

Figura 2.3.1. Els contextos segons la proximitat a l'alumnat (PISA)



### 2.3.2 La proximitat segons les circumstàncies

Aquesta classificació dels contextos estableix uns principis generals que ens permeten analitzar a priori si un context serà més o menys proper a la majoria de l'alumnat. Ens recorda, per exemple, que per a la majoria dels alumnes un context de l'àmbit científic li serà d'entrada molt més llunyà que un de l'àmbit de l'escola. Però si ens fixem en un context determinat, el seu grau de proximitat pot ser diferent per a cada alumne en concret segons el seu camp d'experiències que depenen de circumstàncies familiars, del sexe i dels seus interessos i afeccions personals. Per exemple, l'estudi dels tipus

<sup>3</sup> Programa per a l'avaluació internacional d'alumnes de l'OCDE.

de conreu, que per un alumne que viu a una casa de pagès seria un context molt proper, quasi de l'àmbit personal, per a un altre pot ser molt llunyà i el podríem considerar en l'àmbit científic. El context d'un esport com el futbol tindria un grau de proximitat en general molt diferent per als nois que per a les noies.

La proximitat no depèn solament de les característiques personals de cada alumne, sinó que es poden donar circumstàncies de temps o de lloc que apropin o allunyin un context. Per exemple, els context de les eleccions democràtiques serà lògicament més proper al voltant de l'època electoral o si a la campanya es fan propostes que toquen de prop als estudiants, cosa que és més possible que passi en unes eleccions locals on a més es poden donar relacions familiars amb els candidats o candidates.

A la figura anterior 2.3.1 hem volgut representar no solament la proximitat dels diferents àmbits sinó també la idea que un context a priori d'un àmbit llunyà pot fer-se més proper segons les circumstàncies personals o ambientals. Podem veure que cada tipus de context està delimitat de manera que, fins i tot en el cas dels contextos científics, hi ha zones més properes o més llunyanes a l'alumne.

### **2.3.3 L'acostament del context**

La percepció del context com una realitat propera és el punt de partida indispensable perquè esdevingui un marc educatiu apropiat per donar sentit a les matemàtiques que hi són necessàries. Per tant, la immersió de l'alumne en la realitat del context no és una finalitat educativa en sí mateixa, sinó que s'ha de veure sempre en funció dels objectius de l'educació global i matemàtica. És aquesta funcionalitat educativa la que ha de prevaler a l'hora d'escollir i valorar els contextos.

Aleshores, si els contextos s'han d'escollir per la seva rellevància cultural de manera que contribueixin a l'educació global i per la seva idoneïtat didàctica per tal de proporcionar situacions propícies de cara a l'educació matemàtica, on queda el criteri de la proximitat a l'alumnat? Doncs bé, calen estratègies i recursos per apropar els contextos, escollits amb finalitat educativa, a la realitat de l'alumne. Per exemple, el context de les ombres del sol, a priori el podríem qualificar que pertany a l'àmbit científic i no és proper a l'alumnat. Cau lluny de la realitat que viu i té present. Però una activitat com el seguiment sistemàtic de l'ombra d'uns pals verticals al llarg de tot un dia fa que el context s'apropi a l'alumnat i passi a formar part d'un camp d'experiències on tindran sentit les qüestions i problemes que s'hi plantegin. Aquest context de les ombres del sol està molt lligat a aquelles activitats humanes bàsiques de les quals hem parlat en un apartat anterior, perquè des de sempre la humanitat s'ha plantejat problemes de localització: "on som?", "en quin moment del dia i del període anual estem?", i s'ha fet preguntes per explicar el moviment dels astres. Establir la relació d'un context amb les activitats humanes bàsiques, on des de sempre s'han

desenvolupat les matemàtiques, ens pot ajudar a trobar estratègies per connectar-lo i apropar-lo a l'alumne.

Per tal que el context passi a formar part de la realitat comprensiva de l'alumnat, és fonamental l'ús de recursos metodològics lligats a la verbalització. Hem comentat anteriorment la seva importància en el procés d'aprenentatge. Aquí volem destacar que les discussions de tota la classe o dintre de petits grups de treball poden ser decisives per tal que l'alumnat s'immergeixi en el context i ho posi en evidència. Com sempre en la gestió educativa, caldrà una planificació del procés per preveure els elements que promoguin aquesta verbalització i n'estableixin les condicions a fi d'assegurar que tothom pugui participar amb garantia de respecte a totes les manifestacions ben intencionades.

#### **2.3.4 La realitat com una percepció**

Fins aquí hem usat sovint el terme realitat. Però què volem dir quan parlem de realitat o de contextos reals en l'educació matemàtica?. Evidentment no entrarem en una disquisició filosòfica sobre la realitat, però sí que volem recollir aspectes, alguns dels quals ja s'han exposat, que poden aclarir el sentit que hem donat al terme.

Tal com diuen Gravemeijer i Terwel (2000) sobre l'educació matemàtica realista, comentant les idees de Freudenthal, "...realista s'ha d'interpretar com a referida a l'experiència real, no a la vida real de cada dia", de manera que hi pot haver aspectes de la vida quotidiana que no formin part de l'experiència real de l'alumne i en canvi hi poden haver contextos matemàtics que formin part de la seva realitat. Gravemeijer i Terwel ho expressen dient:

La realitat s'entén com una barreja d'interpretació i experiència sensible, la qual cosa implica que la matemàtica també pot formar part de la realitat d'una persona. Realitat i el que compta com a sentit comú per a una persona no són coses estàtiques sinó que creixen i es veuen afectades pels processos individuals d'aprenentatge. Així és com s'ha d'entendre a Freudenthal quan diu "la matemàtica comença i roman amb la realitat" (Gravemeijer i Terwel, 2000).

Aquesta manera d'entendre la realitat com una percepció concorda amb el que hem exposat als apartats anteriors quan hem relativitzat la proximitat del context a l'alumnat, segons les circumstàncies, i quan hem parlat del context com un camp que connecta amb les experiències personals, experiències que poden ser modificades i ampliades al mateix entorn escolar.

Aquesta perspectiva la podem veure també en el procés mitjançant el qual es van construint nous contextos matemàtics segons la dialèctica instrument - objecte. Segons aquest punt de vista podríem dir que una finalitat de l'educació matemàtica és



promoure la incorporació de la matemàtica a l'experiència real de l'alumne, a la seva realitat.

### **2.3.5 La realitat a l'aula**

La nostra idea de context és la d'un camp ampli que és objecte de coneixement i com a tal genera qüestions i problemes. Ens hem plantejat el seu realisme, que l'omple de sentit per a l'alumnat, segons la proximitat o pertinença al seu camp d'experiències. Però quan es parla de context en l'activitat a l'aula de matemàtiques, en general s'entén com una idea molt més reduïda referida a un problema concret, concepte que concorda amb la definició de context en el marc de PISA. Observem que un context en sentit ampli tal com l'hem formulat en aquest treball serà generador de problemes i qüestions que en la seva concreció s'expressaran en un context en el sentit reduït.

Recollint una classificació dels problemes que des del punt de vista del context fa Martínez (2003), Ramos i Font (2006) distingeixen quatre tipus de problemes: problemes escolars no contextualitzats (és a dir, de context matemàtic), problemes de context evocat, problemes de context simulat i problemes reals. Es evident que la majoria dels problemes que es plantegen a l'aula de matemàtiques són dels dos primers tipus, és a dir, de context matemàtic o de context evocat.

Aquesta classificació que estableix una gradació dels problemes de menys a més reals, pot ser adient per aplicar al context reduït d'un problema que es presenta a l'aula. Però, al nostre entendre, aquest punt de vista no és massa adequat per analitzar el grau de realisme dels contextos en sentit ampli segons allò que hem exposat anteriorment. Fixem-nos en el context de les ombres del sol. Si plantejem qüestions i problemes dins l'activitat d'observació de les ombres, podem dir que són problemes reals; si simulem el fenomen de les ombres amb un programa d'ordinador, hi podem plantejar problemes de context simulat; i si proposem un problema a l'aula sobre ombres, serà de context evocat. Però hi ha una altra discordança, perquè la idea de realitat que hem exposat té un sentit relatiu a l'experiència de l'alumne que no concorda necessàriament amb la realitat de la vida quotidiana i que pot abastar fins i tot contextos matemàtics. Així podria ser que els dos nivells extrems de la classificació fossin a la vegada aplicables a un problema de context matemàtic però viscut per l'alumne com pertanyent a la seva experiència real.

Ara bé, aquesta classificació ens suggereix un altre punt de vista per analitzar el grau de realisme, un punt de vista que d'alguna manera sintonitzaria amb l'última gradació, és a dir, els contextos reals. Consistiria en preguntar-nos si els problemes que es plantegen en el context són "autènticament reals", és a dir si responen a necessitats personals o socials, i si la seva solució aporta un valor afegit i nou que interessa més enllà de l'àmbit educatiu o acadèmic.

Així per exemple, en el context dels preus d'habitatges, si es planteja a l'aula quin preu podem esperar que tingui un pis donat en un plànol a escala sabent el preu mitjà dels pisos de la zona, seria un problema de context evocat; si plantejem que l'alumne valori la seva casa o pis suposant que el volgués vendre, seria un context simulat. Només si la família té realment la necessitat o voluntat de vendre'l podríem dir que és un context real "autèntic" en el sentit que abans hem comentat. És molt difícil trobar contextos on es plantegin problemes reals autèntics. Un d'ells és el de les eleccions locals on es planteja el problema de fer una enquesta d'intenció de vot abans de les votacions. Es parteix de la inquietud real de conèixer per endavant els resultats electorals de manera aproximada, i la solució al problema, en forma d'intencions de vot que dóna l'enquesta, crea expectativa i és valorada fora del marc acadèmic fins al punt que pot tenir ressò als mitjans locals de comunicació.

### **2.3.6 El context com a referent individual i col·lectiu**

El context a partir del qual s'han desenvolupat alguns continguts matemàtics pot esdevenir un referent per aquests continguts. Podríem establir la metàfora del context com el port des del qual ha salpat el contingut matemàtic. Per exemple, l'àrea pot haver partit dels preus dels habitatges i terrenys per endinsar-se en el mar de les matemàtiques. Aquells que no naveguen a gust en aquest mar, sempre podran recalar en el port d'origen per donar seguretat al seu viatge. A més, el viatge és personal però també col·lectiu i el context de partida constitueix també un referent per a tota la classe. És a dir, el professor o professora podrà sempre recórrer al context de partida quan algú en particular o la classe en general mostri símptomes d'incomoditat a mar obert, o també com a punt de partida d'altres continguts. Per exemple, el context de les ombres del sol es pot recuperar al Batxillerat a l'hora d'introduir les còniques, interpretant el camí de l'extrem de l'ombra d'un pal vertical com una branca d'hipèrbola, o una el·lipse a l'estiu de latituds extremes.

La majoria del professorat de matemàtiques, per la seva formació, professió i interessos, i alguns i algunes alumnes amb un especial talent, incorporen fàcilment els contextos matemàtics a la seva realitat, naveguen a gust i se senten segurs fora del port. Però d'altres necessiten dels referents lligats a la realitat de la terra ferma. Aquesta idea la podem veure a la figura 2.2.3, on els diferents contextos es van encadenant i, si cal, sempre podem retornar al primer context per donar seguretat. Per a alguns alumnes el referent de les àrees, i encara més enllà dels habitatges, podrà ser invocat per visualitzar i donar sentit a les transformacions algebraïques.

Tal com hem dit anteriorment podem entendre l'educació matemàtica com un procés per ajudar a incorporar les matemàtiques, els contextos matemàtics, a la realitat dels alumnes, és a dir, al seu camp d'experiències significatives. Segons la metàfora, es tracta d'ajudar a sentir-se segur a mar obert, amb el referent del port de partida i amb

la capacitat de poder anar a d'altres ports, altres contextos on el contingut matemàtic hi pugui ser útil.

### **2.3.7 Els interessos de l'alumnat**

Per últim parlarem d'un tema que ha planat al llarg d'aquesta exposició sobre el paper dels contextos en l'educació matemàtica, però que encara no hem abordat d'una manera explícita. Ens referim als aspectes emocionals dels alumnes. El seu interès i la seva motivació.

Si d'entrada preguntéssim a l'alumnat per la possibilitat d'estudiar alguns dels contextos que hem posat en els exemples, creiem que mostrarien curiositat i interès? Podem assegurar sense temor a equivocar-nos que la majoria de l'alumnat no mostraria cap mena d'entusiasme. Ni les ombres del sol, ni el preus dels pisos, ni les eleccions, ni l'orientació, ni la llei de la palanca pertanyen als interessos immediats dels nois i les noies de secundària.

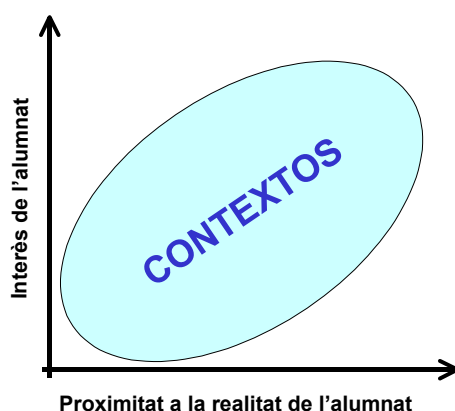
Està clar que entre els criteris que porten a l'elecció dels contextos no hem considerat l'interès que puguin despertar. Al nostre entendre, l'educació no ha de ser esclava de la motivació de l'alumnat com un objectiu fonamental en sí mateix que condicioni allò que ha de formar part de la seva educació. De la mateixa manera que els continguts matemàtics no es seleccionen pel possible entusiasme que puguin originar a l'alumnat, els contextos on es dóna sentit a la matemàtica i que en si mateixos constitueixen una part de la seva educació global, tampoc han d'elegir-se segons els interessos immediats de l'alumnat sinó d'acord amb els criteris que els justifiquin per a la seva educació.

Amb això de cap manera volem menysprear la importància de l'interès i la motivació de l'alumne, sinó que volem indicar que els contextos s'han d'escollir i valorar d'acord amb criteris fonamentats en la valoració de la seva rellevància cultural, la seva idoneïtat didàctica, i també tenint en compte que han de formar part o ha de ser possible acostar-los al camp d'experiències de la realitat de l'alumne.

És evident que l'actitud emocional de l'alumnat és essencial en el procés educatiu i que en conseqüència el professor o professora ha de planificar i posar en joc recursos i metodologies per implicar l'alumnat. Però precisament contemplem el paper dels contextos no com un recurs o una metodologia, sinó com un element fonamental que, implícitament o explícitament, és sempre present en l'educació matemàtica i cal tenir en compte en la planificació i execució de les activitats educatives en funció de la seva intencionalitat. Altra cosa és que el treball sense sentit és molt difícil que sigui engrescador i, en conseqüència, uns contextos adequats i propers a l'experiència real de l'alumnat el poden ajudar a involucrar-se en el seu aprenentatge.

Amb això volem assenyalar que l'interès que pugui despertar l'estudi d'un context i la proximitat que pugui tenir a la realitat de l'alumne són dos aspectes relacionats però diferents. Recordem que la realitat que viu l'alumne és aquell camp personal d'experiències en el qual pot formular-se o entendre preguntes i contrastar les respostes. Hi poden haver contextos propers i que no formin part dels interessos immediats de l'alumnat, i a l'inrevés, contextos allunyats de la seva realitat en els quals hi estigui molt interessat (figura 2.3.7). Un alumne pot estar d'entrada interessat i motivat per estudiar els forats negres però que en canvi siguin per ell una realitat llunyana, en el sentit ampli que hem contemplat anteriorment. En canvi un context com el dels preus dels habitatges pot ser una realitat força propera que tanmateix no tingui

Figura 2.3.7. L'interès i la proximitat d'un context



interès ni motivació per a ell. Però també és evident que hi ha una forta correlació entre proximitat i interès. Entenem que els elements contribuïdors a l'aproximació del context poden facilitar també la implicació i motivació de l'alumnat.

En aquesta perspectiva ens agrada la distinció que fa Lladó (1996) entre els interessos immediats de l'alumnat i el que anomena com "interessos profunds i vitals que les persones joves tenen com a persones que creixen i viuen en una societat històricament determinada". L'elecció de contextos rellevants des d'un punt de vista cultural i històric ha de permetre fer aflorar aquests interessos profunds que d'entrada no es manifesten però que lligats a activitats i necessitats humanes bàsiques estan arrelats a tots els nois i les noies.

## **2.4 Els contextos en el currículum de l'ESO**

Els nous currículums de l'ESO implantats a partir del 2007 tenen una orientació que lliga molt bé amb les idees que hem exposat. Al nostre entendre, de la seva lectura se'n deriva la importància dels contextos en l'educació matemàtica.

### **2.4.1 Bases del currículum: la prioritat del context**

El Document final del Debat curricular per al Pacte Nacional per a l'Educació publicat pel Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (2006), exposa reflexions i propostes com a fonament dels nous currículums. L'apartat de l'àmbit de les ciències, la tecnologia i les matemàtiques potencia la perspectiva de posar els contextos en primer pla per a un aprenentatge amb significat que connecti i serveixi per a la vida de les persones. El document dedica un apartat a l'especificitat del context en l'educació matemàtica on diu que en les etapes obligatòries l'alumnat no hauria de tenir necessitat de preguntar el perquè serveixen les matemàtiques ja que hauria de trobar la resposta en el treball que fa a l'aula. Conclou de manera contundent indicant com a primera idea bàsica que "cal prioritzar els contextos per donar sentit als continguts: partir de la vida per a educar per a la vida".

### **2.4.2 La competència matemàtica**

La competència matemàtica s'estableix en els nous currículums en base a la seva necessitat en la vida personal, social i escolar.

En el desglossament d'allò que implica assolir la competència matemàtica hi trobem de manera reiterada la idea del context amb sentit on plantejar-se problemes i qüestions i on construir els continguts matemàtics:

- Pensar matemàticament. Construir coneixements matemàtics a partir de situacions on tinguin sentit...
- Raonar matemàticament. ...reconèixer conceptes matemàtics en situacions concretes...
- Plantejar-se i resoldre problemes. ...generar preguntes relacionades amb una situació-problema...

Pel que fa a l'adquisició de la competència, diu:

La competència matemàtica s'ha d'adquirir a partir de contextos que tinguin sentit tant per a l'alumnat com per al coneixement matemàtic que es pretén desenvolupar. Aprendre amb significat és fonamental per capacitar l'alumnat en l'ús de tot el que aprèn i per capacitar-lo a continuar aprenent, de forma autònoma, al llarg de tota la vida.(DOGC, 2007)

### **2.4.3 Altres competències bàsiques i connexions amb altres àrees i contextos històrics**

Segurament els fonaments més contundents d'una educació matemàtica basada en contextos no matemàtics els trobarem en la seva contribució a les competències

bàsiques. Uns criteris de selecció de contextos que valorin la seva rellevància històrica, social i científica, integren l'educació matemàtica en l'educació global de l'alumnat.

Aquesta perspectiva queda reflectida en el desenvolupament per cursos dels continguts del currículum de l'ESO, on de manera explícita s'inclouen contextos històrics i connexions amb altres àrees que es poden considerar com una font de possibles contextos per a l'educació matemàtica

## **3 Metodologia: com hem fet el treball**

### ***3.1 El punt de partida***

El treball parteix de l'experiència docent de l'autor al llarg de molts anys de recerca i posada en pràctica de nous enfocaments i noves metodologies<sup>4</sup> per tal d'acostar les matemàtiques a tots els alumnes. Aquestes innovacions han estat fruit de les aportacions, discussions i reflexions sobre aspectes teòrics i pràctics de l'educació matemàtica en grups de treball, seminaris i cursos, com a alumne i com a formador.

Tal com hem descrit a la introducció, el Grup Zero n'ha estat el marc bàsic i determinant. També ho han estat dos altres àmbits, el departament de matemàtiques de l'institut i els cursos impartits a professors. El departament de matemàtiques de l'institut ha fet possible portar una línia de treball, generar materials i, sobretot, discutir-ho amb els companys i companyes. Les accions com a formador han ofert la possibilitat de conèixer i contrastar diferents visions i inquietuds del professorat davant dels reptes de la tasca docent.

Hi ha també l'observació dels aprenentatges i sobretot de les actituds i percepcions de l'alumnat a llarg termini que hem pogut recollir en múltiples discussions a l'aula i en manifestacions escrites que hem guardat al llarg dels anys, algunes de les quals hem transcrit per a il·lustrar algunes idees.

Les referències a la pròpia experiència són del tot evidents en les propostes didàctiques concretes, però també en les reflexions sobre els fonaments teòrics i, molt especialment a l'hora d'analitzar les implicacions en la gestió de l'aula.

### ***3.2 La fonamentació del treball en contextos***

Un dels objectius bàsics del treball ha estat fonamentar l'educació matemàtica a partir de contextos. Amb aquesta finalitat, i tenint en compte que no és gens habitual aquest enfocament, hem elaborat una justificació que en ressalta els seus punts clau a partir de veus d'experts extretes de la bibliografia consultada i ho hem il·lustrat amb exemples, la majoria dels quals provenen de les propostes didàctiques que es desenvolupen més endavant.

---

<sup>4</sup> Metodologies de treball a l'aula

Hem de dir que no ha estat difícil trobar opinions que abonen la proposta del treball en contextos. Ha estat més complex l'establiment d'un entramat coherent per inserir aquestes opinions i organitzar les idees bàsiques que suporten aquesta manera d'entendre l'educació matemàtica.

En la redacció dels fonaments teòrics hem intentat deixar clars alguns aspectes que caracteritzen la proposta d'educació matemàtica en contextos, amb la finalitat d'evitar confusions amb punts de vista o expressions que d'entrada es poden considerar properes o semblants, però que podrien distorsionar el sentit de la proposta segons la interpretació que se'n faci. Hem constatat com a formadors que el professorat usem paraules, d'un argot professional canviant segons es van succeint els marcs curriculars, que a vegades poden esdevenir buides de significat o poden entendre's de forma diversa.

Hem volgut deixar clar que l'enfocament competencial no es pot concebre sense partir d'activitats a l'aula que tinguin sentit per a tots els alumnes i sense acceptar el compromís de l'educació matemàtica amb l'educació global, de manera que tingui en compte que el context també en forma part.

Hem posat l'accent, més que en la resolució de problemes, en el plantejament de qüestions amb significat que permetin conjecturar i contrastar respostes, i prendre consciència del paper fonamental i necessari que hi tenen les matemàtiques.

Hem distingit la idea de gran context o marc de referència en contraposició al context reduït d'un problema concret, i la idea del context en primer pla d'on sorgeixen les matemàtiques, en contrast amb el context d'aplicació de continguts introduïts de forma suposadament descontextualitzada.

Hem destacat també que per donar valor, significat i fer visibles les matemàtiques, els contextos han de pertànyer a la realitat que viu l'alumnat. Poden ser de la seva vida quotidiana però també d'una realitat que l'estratègia didàctica la faci propera. Per això preferim parlar de realitat o vida real més que no pas de vida quotidiana. Si de cas la vida quotidiana s'hauria d'entendre en relació a cada alumne i a una realitat viscuda que en sentit ampli pot incloure, fins i tot, contextos matemàtics però propers i significatius.

Finalment hem volgut remarcar que el paper i el valor primordial dels contextos no és el de motivar l'alumnat. No es tracta d'anar a remolc dels seus interessos immediats, sinó de fer emergir interessos profunds lligats a contextos i situacions escollits en funció de la seva rellevància cultural i de la seva idoneïtat didàctica per a les matemàtiques.



### **3.3 La concreció dels criteris per analitzar els contextos i l'organització de la informació corresponent.**

En paral·lel a la fonamentació teòrica i d'acord amb ella i amb el marc curricular, hem concretat el que entenem per contextos no matemàtics en l'educació matemàtica a partir de l'anàlisi del significat de la paraula context als diccionaris de diferents llengües. A continuació hem establert una forma de catalogar les característiques dels contextos de manera que permeti de valorar-los i seleccionar-los segons diferents criteris tot posant de manifest els aspectes més rellevants segons el marc teòric i el currículum.

#### **3.3.1 L'elaboració del model de fitxa**

Això s'ha concretat en un model de fitxa (apartat 4.4) on es detalla la informació bàsica de les característiques de la unitat didàctica associada al context. En l'elaboració de la fitxa hem tingut present la finalitat d'orientar el professorat a una reflexió que li permeti valorar el context en totes les seves dimensions per tal de posar-lo en un primer pla de l'acció educativa. Som conscients que alguns dels criteris i punts de vista que hem establert no són els que d'entrada el professorat pot demanar o estar-hi interessat. Això és natural tenint en compte que l'educació matemàtica a partir de contextos no matemàtics no és gens habitual. Però no hem volgut renunciar a donar elements reflexius que potenciïn l'enfocament que es proposa en aquest treball que, per altra banda, sintonitzen plenament amb el nou currículum.

Per últim indicar que la fitxa proposada s'ha pensat per tal que sigui el nucli de la informació del context com a element de l'ARC-cercaMAT i de manera que pugui servir per a la classificació d'altres contextos segons els punt de vista del marc teòric d'aquest treball .

### **3.4 L'elaboració de les unitats didàctiques**

L'elaboració de les unitats didàctiques ha comportat diferents tasques totes elles amb la doble finalitat d'il·lustrar una educació matemàtica en contextos no matemàtics i facilitar la seva posada en pràctica.

El primer pas ha estat escollir quines unitats didàctiques es desenvoluparien. Ho hem fet seguint un doble criteri: que fossin contextos contrastats per la pròpia experiència i que exemplifiquessin les idees bàsiques del treball en contextos no matemàtics.

Després hem preparat el material de treball de l'alumnat a la vegada que elaboràvem la programació de la unitat didàctica i altres materials auxiliars. Finalment hem omplert

la fitxa de la unitat. A continuació detallem alguns aspectes en relació amb aquestes feines.

### **3.4.1 El material de l'alumnat**

Hem revisat i completat els materials de l'alumnat ja experimentats en el cas de "Les ombres del sol" i "Els preus d'habitatges i terrenys". En el cas de l' "Enquesta electoral" i de la "Construcció d'una taula d'orientació" s'han elaborat materials pràcticament nous a partir dels ja experimentats. Aquests materials, seguint la tradició dels material del Grup Zero, pretenen ser complets en el sentit que són una seqüència de propostes d'activitats que comporten reflexió i treball individual, i també reflexió i discussió en petit o gran grup, de manera que mostren un camí didàctic ben determinat, a seguir sota la coordinació i el guiatge del professorat.

### **3.4.2 Elaboració d'alguns recursos TIC auxiliars.**

En el cas de les eleccions hem preparat un full de càlcul per a simular la distribució d'escons segons la llei d'Hondt i visualitzar la seva proporcionalitat. També hem preparat un full de càlcul on es visualitzen algunes de les respostes

En el cas de les ombres del sol hem fet una construcció amb Geogebra que permet simular l'ombra d'un pal vertical segons l'hora, la declinació solar (època de l'any) i la latitud. Alguns aspectes de com hem fet aquesta construcció es comenten en un altre punt.

### **3.4.3 Elaboració de la programació de la unitat didàctica.**

Hem desenvolupat la programació de les unitats didàctiques seguint el guió del primer model de programació segons els nous currículums que podem trobar al document de Desplegament del currículum a l'educació primària (2008) del Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya i que amb algun canvi irrellevant és també el guió que es proposa en el posterior Desplegament del currículum a l'ESO (2008). Aquest guió és:

1. Justificació de la unitat o projecte
2. Durada i distribució temporal al llarg de l'etapa.
3. Competències bàsiques, àrea principal i altres àrees o àmbits que es treballen.
4. Objectius d'aprenentatge.

5. Continguts.
6. Criteris d'avaluació.
7. Metodologia:
  - Organització–tipologia de les activitats.
  - Materials
  - Desenvolupament de les activitats d'ensenyament i d'aprenentatge i d'avaluació.
8. Reflexions sobre la pràctica.

Dels dos apartats que relacionen la unitat amb el currículum, hem desenvolupat amb una cura especial el de les competències. Ho hem fet justificant el perquè de la contribució de la unitat al seu assoliment, tant de la competència matemàtica com, molt especialment, de les altres competències bàsiques, tot destacant el paper clau del context per al seu desenvolupament. Pel que fa als continguts que es tracten a la unitat els hem indicat tal com apareixen redactats al text curricular, tenint cura d'incloure-hi, a més a més dels continguts de matemàtiques, els que hi ha implicats de les altres matèries i àmbits com a conseqüència del context.

Els apartats d'objectius didàctics, criteris d'avaluació, metodologia i reflexions sobre la pràctica, hem procurat que donessin informació precisa per tal de facilitar i animar al professorat a la posada en pràctica de la unitat. Aquesta és la finalitat fonamental d'aquestes programacions i no pas que serveixin com a model de programació que podria resultar feixuc de generalitzar a l'hora de programar, almenys en un període curt de temps, totes les unitats didàctiques del projecte curricular d'un centre. Recordem el que hem indicat a l'inici d'aquest apartat, aquestes programacions són conseqüència de força anys d'experimentació.

### ***3.5 La descripció i valoració de les implicacions en la programació de la matèria i en la gestió de l'aula***

Hem volgut reflectir d'una manera especial la nostra experiència docent en alguns aspectes lligats amb els contextos no matemàtics, però també en altres que, sense estar-hi del tot relacionats, poden orientar o obrir perspectives al professorat en qüestions tan importants com la manera d'organitzar l'aula o d'enfocar l'avaluació.

Ho hem fet procurant il·lustrar algunes de les idees amb la veu d'alumnes que han deixat per escrit la manera com han percebut la classe de matemàtiques al llarg dels anys.

### **3.6 *La contribució al desenvolupament del projecte de l'aplicació ARC-cercaMat i la introducció dels elements elaborats***

Tal com s'explica a l'apartat de difusió del treball, l'aplicació informàtica ARC-cercaMAT serà el marc principal que facilitarà que arribin els exemples desenvolupats al professorat. Hem col·laborat en el naixement d'aquest cercador de manera que permetrà incloure aquests exemples dins l'apartat de "context general o de la vida quotidiana". Finalment els hem introduït a l'aplicació.

## **4 Els contextos no matemàtics en l'educació matemàtica: característiques i criteris de classificació**

En l'activitat educativa, com en tota activitat humana, el context és inevitable. Això comporta que la paraula context sigui molt corrent i s'usi amb significats diversos en el món de l'educació. Per això, en primer lloc, matisarem el sentit que donem als contextos en l'educació matemàtica dins del marc d'aquest treball; després, d'acord amb els fonaments teòrics que hem proposat, establirem diferents criteris per a caracteritzar-los, valorar-los i seleccionar-los; per últim, proposarem un model de fitxa on organitzar la informació de les característiques de les unitats didàctiques basades en un context no matemàtic.

### **4.1 *El context: significat general i concreció a l'educació matemàtica***

La paraula context (del llatí contextus: teixit, entramat, unió) forma part del vocabulari de moltes llengües. En les definicions donades als diferents diccionaris hi trobem la idea d'entorn, escenari, situació o circumstància que inclou o envolta alguna cosa. A més d'aquesta idea bàsica comuna, en les definicions s'hi poden veure alguns aspectes que tot seguit comentarem i que ens poden ajudar a ressaltar el sentit que hem volgut donar als contextos en aquest treball.

#### **4.1.1 Alguns comentaris sobre el significat de la paraula context**

En estudiar el significat de la paraula context, un primer aspecte que podem considerar és el tipus de cosa o element al qual es refereix el context i que determina dues accepcions diferents de la paraula als diccionaris. La primera restringeix l'àmbit d'aplicació del context a l'expressió lingüística: el context d'un mot, d'una frase, d'un enunciat; la segona accepta l'àmbit del context en un sentit ampli: el context d'una idea, d'un fet, d'un individu. Als diccionaris normatius de les llengües romàniques consultats en les seves versions en línia, hi trobem el significat del context referit a elements lingüístics com a primera accepció en el cas de la llengua espanyola i francesa, i fins i tot com a únic significat en la llengua catalana i italiana. Al Diccionari de la llengua catalana (DIEC2) hi ha dues accepcions però a totes dues es parla exclusivament del context d'un enunciat. L'altre significat, el del context referit a

elements extralingüístics, el trobem com a segona accepció en la llengua castellana i francesa, tot i que en aquesta llengua la desaconsella, i com a primera en els diccionaris d'Oxford i Cambridge de la llengua anglesa, que inclouen com a segona opció la lingüística. Aquestes definicions estan recollides a la taula 4.1.1 on hem inclòs també l'aportació del diccionari en línia de la Gran Enciclopèdia Catalana perquè s'hi pot veure no solament les dues accepcions de la paraula segons sigui lingüístic o extralingüístic l'àmbit al qual s'aplica el context, sinó també dues subaccepcions (corresponen a les dues accepcions del DIEC2 dins de l'aplicació lingüística) que no tenen en compte el punt de vista de l'àmbit d'aplicació sinó la pròpia naturalesa del context, ja bé sigui lingüística o extralingüística. El diccionari parla de context lingüístic i, per oposició, de context situacional.

Taula 4.1.1. La paraula context als diccionaris		
Paraula	Diccionari en línia	Accepcions
Context	Diccionari de la llengua catalana (DIEC2)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conjunt d'unitats fòniques, sintàctiques, lèxiques, etc., que precedeixen i segueixen un element lingüístic en un enunciat.</li> <li>2. Conjunt de factors de situació i d'ordre sociocultural i interpersonal d'acord amb els quals s'interpreten apropiadament els enunciats.</li> </ol>
Context	Diccionari de la Gran Enciclopèdia Catalana	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conjunt d'idees i de fets continguts en un escrit o en un discurs que permeten de determinar el sentit d'un fragment, una frase o un mot que hi apareixen.  <b>Context lingüístic</b> (o simplement context) LING Per oposició a context situacional, conjunt d'elements lingüístics que precedeixen i segueixen un determinat enunciat.  <b>Context situacional</b> (o simplement context) LING Per oposició a context lingüístic, conjunt d'elements extralingüístics que envolten la producció i la recepció d'un text.</li> <li>2. Conjunt de circumstàncies que envolten i expliquen un esdeveniment, una situació, un individu, etc</li> </ol>

Contexto	Diccionario de la lengua española	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Entorno lingüístico del cual depende el sentido y el valor de una palabra, frase o fragmento considerados</li> <li>2. Entorno físico o de situación, ya sea político, histórico, cultural o de cualquier otra índole, en el cual se considera un hecho.</li> </ol>
Contexte	Dictionnaire de l'Académie française	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ensemble du texte entourant un mot, une phrase, un passage.</li> <li>2. Fig. Ensemble de circonstances qui accompagnent un évènement, une action. <b>Cet emploi est déconseillé.</b></li> </ol>
Contesto	Dizionario Italiano	L'insieme delle parti di uno scritto o di un discorso
Context	Cambridge Dictionary	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. The situation within which something exists or happens, and that can help explain it</li> <li>2. The text or speech that comes immediately before and after a particular phrase or piece of text and helps to explain its meaning</li> </ol>
Context	Oxford Dictionary	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. The circumstances that form the setting for an event, statement, or idea.</li> <li>2. The parts that immediately precede and follow a word or passage and clarify its meaning.</li> </ol>

A partir d'aquest estudi de la definició de context volem destacar que els contextos dels quals parlem en aquest treball no els entenem de cap manera limitats a referents lingüístics, sinó que considerem que atenyen un significat d'aplicació i de naturalesa més àmplies, tal com ja s'ha anat dient i remarcarem tot seguit en aquest apartat. Constatem, no obstant, que segurament el significat més corrent del context en matemàtiques s'aplica a elements lingüístics, als enunciats dels problemes, que per altra banda és la interpretació que se'n fa en el marc conceptual de les proves PISA i que nosaltres hem qualificat com el sentit reduït del context.

Un altre aspecte que volem considerar sobre les definicions de context és el seu sentit funcional com a conjunt de factors o circumstàncies que interpreten, valoren, donen sentit o expliquen (o almenys ajuden a fer-ho) el seu referent.

En un extrem hi ha els diccionaris de la llengua francesa i italiana on el context es defineix simplement com el tot d'una part sense que es faci cap menció a la visió funcional. A l'altre extrem hi ha el Cambridge Dictionary que considera en les dues accepcions el valor explicatiu del context.

Per a nosaltres aquest aspecte funcional del context és fonamental. Aportar sentit, valor i significat a l'activitat matemàtica és molt important i, en conseqüència, el context esdevé tan essencial com allò que contextualitza. Per això, quan parlem del context de l'activitat o dels continguts matemàtics no ho fem com d'una cosa secundària, sinó que considerem que és el centre d'aquesta activitat. Potser ja no li hauríem de dir context, cosa que no farem pas, però sí que volem deixar clar el seu paper de protagonisme.

El darrer aspecte que volem comentar és la dimensió temporal o ordinal del context, que podem veure en expressions on se'l considera com l'abans i el després o com allò que precedeix o segueix. És un punt de vista que també recollim en la nostra idea de context i que lliga molt bé amb el seu paper en el procés de matematització.

#### **4.1.2 Què entenem per context no matemàtic en l'educació matemàtica**

A manera de resum del que hem anat exposant en els fonaments teòrics i en els comentaris anteriors, podem dir què entenem per **contextos en l'educació matemàtica: són àmbits o situacions, amb sentit per a l'alumnat i percebuts com de la seva realitat, en els quals ens podem fer preguntes o plantejar problemes amb significat que requereixen les matemàtiques per a ser resolts, i on les respostes poden ser contrastades.**

Per a nosaltres el context té una magnitud i un protagonisme que ultrapassa el context de l'enunciat d'un problema concret i es col·loca com a objecte de coneixement que inicia la seva presència en el procés educatiu abans de les matemàtiques que hi són necessàries. Per tant no ens referim al context com a simple camp d'aplicació de continguts matemàtics introduïts prèviament.

És evident que tampoc ens referim als contextos aplicats a d'altres factors educatius com ara el context familiar de l'alumne o el context de la classe. En la nostra proposta considerem el context sempre referit a l'educació matemàtica o més concretament a l'activitat matemàtica. Context que pot ser matemàtic o extern a les matemàtiques, encara que en aquest treball ens hàgim centrat fonamentalment en els contextos no matemàtics de l'educació matemàtica.

El context, si reeixís en el seu paper, seria allò que ens contestaria un alumne si li preguntéssim què està estudiant a la classe de matemàtiques, o allò que recordaria que havia estudiat. A la vegada aquest punt de vista ajuda al professorat a millorar la seva tasca perquè l'orienta a l'hora de transmetre a l'alumnat el sentit d'allò que es fa a



l'aula. Una professora assistent a un curs de formació en el qual ens havíem plantejat el sentit de l'activitat matemàtica a l'aula i el paper dels contextos no matemàtics, va escriure la següent reflexió en un fòrum virtual: "a partir d'ara em plantejaré, a l'hora d'introduir un tema, quin seria el comentari dels meus alumnes sobre què estem estudiant a la classe de matemàtiques".

Volem assenyalar, per últim, que aquesta visió que presentem del context de cap manera pretén desqualificar altres significats que se li puguin donar i que poden ser perfectament legítims i coherents. La nostra intenció és explicar una manera d'entendre els contextos en l'educació matemàtica i evitar confusions amb altres punts de vista.

## **4.2 Criteris per a classificar i escollir contextos en relació als seus valors intrínsecs**

Quedi clar que estem parlant de contextos en l'educació matemàtica i per tant les matemàtiques no poden ser alienes a cap dels punts de vista amb què els analitzem. Ara bé, en aquest apartat ens centrarem més aviat en criteris que valoren el context per ell mateix i en relació a l'alumnat, deixant per al proper apartat la seva relació amb els continguts matemàtics implicats.

### **4.2.1 Necessitats humanes primordials on es desenvolupen les matemàtiques**

D'acord amb allò que s'ha dit a l'apartat 2.1.2, podem mirar-nos els contextos en relació a les sis activitats bàsiques, segons la proposta de Bishop, on les matemàtiques des de sempre s'han desenvolupat per respondre a necessitats humanes que s'hi generen. Aquestes activitats bàsiques són:

- **comptar**
- **localitzar**
- **dissenyar**
- **mesurar**
- **jugar**
- **explicar**

Recordem que aquest punt de vista ens ha de permetre sintonitzar amb els interessos profunds de l'alumnat i connectar amb una manera de percebre les matemàtiques com a producte cultural fruit de les necessitats humanes.

Per les característiques d'algunes d'aquestes activitats, com comptar i mesurar, podríem pensar que seria més adequat posar aquest criteri dins l'apartat dels que valoren el context en relació a les matemàtiques. Si l'hem considerat en el marc dels valors intrínsecs del context és per remarcar que aquestes activitats i les necessitats que comporten són prèvies a les matemàtiques que hi són necessàries. Les preguntes i els problemes que es generen en el context tenen el seu sentit al marge de les matemàtiques, tot i que caldran les matemàtiques per donar-hi resposta.

#### **4.2.2 La rellevància del context**

Es tracta de considerar el relleu cultural del context, és a dir la seva importància històrica, científica, econòmica, social, artística, etc.; o també, a més a més, els factors que el lliguen amb l'actualitat, sempre des de la perspectiva de la contribució a l'educació global de tot l'alumnat.

La rellevància del context ha de contribuir a fer visibles i donar valor a les matemàtiques (apartat 2.1.3) de manera que la resposta a la tradicional pregunta: "això per què serveix?" es faci evident en el treball a l'aula.

Pensem que donar prioritat a aquest criteri pot ser clau per tal que l'alumnat s'eduqui en la perspectiva del valor cultural i social de les matemàtiques. És la invitació a participar a la continuació d'una conversa cultural generada des de temps remots i de la qual hem parlat a l'apartat 2.1.4.

#### **4.2.3 Proximitat a l'entorn de l'alumnat**

Considerarem aquest criteri segons l'escala del marc conceptual de les proves PISA que hem analitzat a l'apartat 2.3.1. Aquesta escala proposa quatre graus de proximitat a l'alumnat, segons els contextos pertanyin a l'àmbit:

- **Personal**
- **De l'escola, la feina, l'oci**
- **Públic**
- **Científic**

Recordem que això comporta una valoració a priori del context. Les circumstàncies de cada alumne i les estratègies i recursos metodològics determinaran en última instància la manera com es viurà el context a l'aula. (apartats 2.3.2 i 2.3.3)

#### **4.2.4 Realisme: connexió del context amb l'experiència real de l'alumnat**

Aquest criteri vol considerar les possibilitats del context per entrar a formar part de l'experiència real de l'alumnat segons la idea de realitat que hem formulat als apartats 2.3.4 i 2.3.5. S'haurà de valorar què pot ajudar a submergir els nois i les noies en el context.

No cal dir la importància que hem donat a aquest criteri. Si el context ha de donar sentit a les matemàtiques és del tot indispensable que ell mateix tingui sentit. El procés de matematització requereix partir de preguntes i problemes que ens hàgim plantejat, dels quals puguem conjecturar o imaginar respostes i que finalment, un cop trobades, puguin ser contrastades.

#### **4.2.5 Qüestions i problemes clau**

Per tal d'il·lustrar el paper del context com àmbit o camp on ens plantegem preguntes i problemes, res millor que caracteritzar-lo mostrant aquestes qüestions que seran el motor del procés de matematització i, al cap i a la fi, de l'aportació del context a l'educació matemàtica. Per això, com a pont entre les característiques intrínseques del context i les que el relacionen amb les matemàtiques, hem posat a la fitxa de la unitat didàctica un apartat on indicar aquestes qüestions i problemes clau.

### ***4.3 Criteris per a classificar i escollir contextos en relació a les matemàtiques implicades***

Des del punt de vista dels continguts matemàtics que són introduïts o desenvolupats en el context, hem considerat tres criteris que tot seguit assenyalarem.

#### **4.3.1 Varietat i densitat de continguts, processos i competències**

Una de les objeccions que es poden fer a l'hora de concretar una programació que inclogui contextos no matemàtics, és el temps que cal dedicar-hi. És en aquesta perspectiva que és important valorar la riquesa, en varietat i en quantitat, dels continguts i competències que es poden desenvolupar a través de d'una unitat didàctica basada en un context no matemàtic. Per tant, en parlar de densitat dels

continguts ens referim a la seva quantitat en relació a la inversió de temps que comporta el desenvolupament de la proposta.

### **4.3.2 La necessitat de les matemàtiques**

Es tracta de veure si els instruments matemàtics que es desenvolupen o s'utilitzen per donar resposta a les qüestions i problemes que sorgeixen en el context són autènticament necessaris i així es poden percebre. En cas contrari, l'alumnat podria pensar que l'instrument o el model matemàtic, lluny de simplificar la resposta, la complica, amb la qual cosa es trencaria el fil que a través del context dóna sentit i valor a les matemàtiques.

### **4.3.3 Especial idoneïtat didàctica**

Aquest criteri avalua si el context aporta situacions didàctiques propícies per a l'aprenentatge d'algun contingut matemàtic específic en el sentit que hem exposat a l'apartat 2.2.4. La necessitat d'aquest contingut serà el factor inicial per a l'aptitud didàctica del context. Però aquí es tracta de valorar si proporciona un marc de situacions i imatges que afavoreixin la construcció comprensiva del contingut matemàtic, de manera que el context pugui esdevenir-ne un referent individual i col·lectiu que entri a formar part de la història de la classe i al qual es pugui retornar sempre que calgui (apartat 2.3.6).

## **4.4 La fitxa de la unitat didàctica associada al context**

Les característiques de la unitat didàctica associada a un context les hem organitzat en una fitxa que inclou, a més dels criteris que hem exposat a l'apartat anterior, trets com la seva relació amb el currículum i alguns aspectes pràctics, amb la finalitat d'orientar al professorat sobre el perquè, el com i el quan del context en l'educació matemàtica a l'ESO. Aquesta fitxa ha estat pensada també com a nucli de la informació de la unitat didàctica en tant que element de l'aplicació ARC-CercaMAT.

La fitxa està organitzada en vuit apartats:

- **Títol**
- **Fitxa bàsica.** Elements descriptius que permetin fer-se una idea ràpida de les característiques de la proposta. Inclou les etapes i cursos als quals es dirigeix, els blocs curriculars dels continguts matemàtics implicats, unes paraules clau en relació al currículum, una descripció breu, una imatge identificativa, una previsió de la seva durada i la relació dels documents o recursos que s'hi adjunten.

- **El context.** Característiques del context pel que fa als criteris relacionats amb els valors intrínsecs del context (apartat 4.2). També hi ha un apartat per indicar l'àmbit o context més ampli dins del qual es pot considerar inclòs el context considerat.
- **Qüestions / problemes clau.** Llistat de preguntes i problemes formulats dins del context i que estableixen el pont amb les matemàtiques que calen per a donar-hi resposta.
- **Les matemàtiques en el context.** Característiques del context pel que fa als criteris relacionats amb les matemàtiques implicades (apartat 4.3).
- **Connexions.** Indicació de les altres matèries lligades amb el context, de les competències bàsiques que s'hi desenvolupen a més de la competència matemàtica i d'altres contextos relacionats.
- **La gestió didàctica.** Inclou: Tipologia de les metodologies de treball adequades a la unitat didàctica, indicació dels recursos especials necessaris, orientació per a l'avaluació, suggeriments sobre diferents graus de desenvolupament de la unitat, i valoració del grau de complexitat o de dificultats especials que comporta la unitat.
- **Comentaris**

A continuació mostrem la fitxa:

**Títol**

--

**Fitxa bàsica**

ETAPA/ES, CURS/OS
BLOCS
PARAULES CLAU
DESCRIPCIÓ BREU
DURADA
IMATGE
DOCUMENTS
AUTORIA

**El context**

ACTIVITATS BÀSIQUES (necessitats humanes primordials on es desenvolupen les matemàtiques)
ÀMBIT DEL CONTEXT
RELLEVÀNCIA CULTURAL

PROXIMITAT (a l'entorn de l'alumne)

REALISME (connexió amb l'experiència de l'alumnat)

### **Qüestions / problemes clau**

### **Les matemàtiques en el context**

VARIETAT I DENSITAT (de continguts, processos i competències)

NECESSITAT

ESPECIAL IDONEÏTAT DIDÀCTICA

### **Connexions**

ALTRES MATÈRIES

COMPETÈNCIES BÀSIQUES

ALTRES CONTEXTOS

### **La gestió didàctica**

METODOLOGIA

RECURSOS ESPECIALS

AVALUACIÓ

GRAUS D'APROFUNDIMENT (gestió de la diversitat)

COMPLEXITAT

### **Altres comentaris**

## 5 Exemples desenvolupats

Hem desenvolupat quatre exemples, fruit de molts anys d'experiència pròpia i aliena, amb la doble intencionalitat d'il·lustrar l'educació matemàtica que hem defensat en aquest treball i facilitar que d'altres professors i professores puguin portar a terme les propostes a la seva aula.

A continuació indiquem en general els materials que conté cada una de les unitats didàctiques basades en contextos no matemàtics, i després, justifiquem el perquè hem escollit cada exemple.

### 5.1 *Materials inclosos a cada unitat didàctica*

Cada una de les unitats està constituïda per:

- **La fitxa de la unitat**, d'acord amb l'apartat 4.4. La fitxa que no solament informa dels aspectes bàsics del context des del punt de vista pràctic i en relació amb el currículum, sinó que també indica les seves característiques segons els criteris (apartats 4.2 i 4.3) que s'han formulat a partir dels fonaments teòrics.
- **El material de l'alumnat**, d'acord amb el que s'ha descrit a l'apartat 3.4.1.
- **La programació de la unitat didàctica**, d'acord amb el que s'ha descrit a l'apartat 3.4.2.

A més a més en algun dels exemples també s'han adjuntat alguns recursos o materials auxiliars.

### 5.2 *Les ombres del sol (Annex I)*

La unitat didàctica està basada en el seguiment sistemàtic de l'ombra del sol d'un pal vertical durant un dia sencer. És una proposta per a primer o segon d'ESO amb una durada que pot anar fins a 14 hores de classe sense incloure l'experiència. Una gran riquesa de processos i continguts matemàtics implicats en l'observació es desenvolupen a partir de l'anàlisi i discussió de les dades obtingudes.

L'experiència i el material associat, és fruit del treball durant força anys de molts professors i professores, començant pels qui, com Marta Berini i Carles Lladó, van adaptar i experimentar en el projecte "Matemàtiques i realitat" els materials del Gruppo di Genova. A l'IES Arquitecte Manuel Raspall de Cardedeu s'ha portat a terme de forma ininterrompuda des del curs 96-97.

### **5.2.1 Per què el context de les ombres del sol?**

Aquest context entronca amb una cultura ancestral sorgida des de les primeres civilitzacions fruit de l'interès i la necessitat que la humanitat ha tingut sempre per orientar-se, mesurar el temps i establir un calendari. Les matemàtiques formen part de la cultura humana com a instrument indispensable per comprendre i donar resposta a aquestes problemàtiques.

Es pretén fer viure una experiència a l'alumnat que el faci sentir hereu d'aquesta cultura ancestral, l'ajudi al coneixement del sistema Terra Sol que connecta amb el context més ampli de l'Astronomia, i posi en evidència continguts i processos matemàtics necessaris per a la comprensió de fenòmens naturals elementals però complexos, d'un gran valor social i científic i que històricament han estat motiu d'interès.

Malgrat ser un context d'entrada allunyat de la realitat i l'interès de l'alumnat, l'experiència d'observar les ombres durant un dia és determinant per tal que els nois i les noies percebin el fenomen de les ombres com una realitat propera i viscuda i això desperti els seus interessos profunds. Quatre anys després de viure l'experiència, una alumna, rememorant l'etapa que estava acabant, va escriure a la revista de l'institut que allò més recordat del primer curs era un parell de sortides i "l'experiència de matemàtiques amb la investigació de les ombres i la posició del sol, dolços records llunyans". Fixem-nos en primer lloc amb el fet que selecciona un record molt agradable de matemàtiques, però a més a més que ho fa considerant-les lligades amb una experiència d'investigació.

Els continguts matemàtics implicats són molts i variats i posen en evidència la seva necessitat natural com a instruments organitzadors i explicatius. Destaquem la idoneïtat didàctica per a l'estudi de la proporcionalitat directa, perquè la relació entre pals i ombres a una mateixa hora necessita del model proporcional per a ser explicada i poder resoldre els problemes que genera. A més a més la mateixa realitat subministra una visualització de la proporcionalitat geomètrica perquè diferents pals amb les seves ombres i els raigs del sol dibuixen triangles semblants que tenen els costats paral·lels. El context pot esdevenir un referent en relació a la proporcionalitat directa. A més a més es pot recuperar al Batxillerat a l'hora de treballar les còniques.



Per últim indicar que el context apareix mencionat al currículum de matemàtiques en les connexions amb les Ciències de la naturalesa, on es parla del sistema Sol –Terra i concretament de l'estudi de les ombres.

### **5.2.2 Sobre la construcció del simulador d'ombres amb el GEOGEBRA**

Quan fa uns anys a l'institut incorporarem la unitat de les ombres del sol a primer d'ESO, alguns dels professors implicats vam fer els càlculs per poder construir el ventall de les ombres segons el dia i la latitud. Això ens permeté de fer els dibuixos del material de l'alumnat amb la màxima correcció i d'establir les direccions de les ombres per tal de facilitar el dibuix a escala del ventall sense haver de fer les mesures directes dels angles a partir de l'observació. Aquestes dades es poden obtenir a partir d'un full de càlcul<sup>5</sup> que adjuntem en el material de la unitat.

Des d'aleshores vaig tenir la inquietud de dibuixar la cònica que descriuen els extrems de les ombres a partir d'un programa de geometria dinàmica i visualitzar els seus elements característics com ara els seus focus. Vaig intentar-ho i aconseguir-ho amb el CABRI. En funció de la declinació solar, o sigui del moment del període anual, i de la latitud del lloc, la construcció dibuixava la cònica corresponent. En el cas que fos una hipèrbola, el més corrent, apareixien les dues branques, tot i que només una corresponia al ventall de les ombres. Evidentment, cap a l'estiu de latituds altes la cònica és una el·lipse, perquè el sol no es pon, i al pol és una circumferència. Als equinoccis el ventall descriu una recta perquè el sol en el seu moviment diürn aparent es mou en el pla equatorial. El pas següent va ser intentar dibuixar les ombres al llarg del dia per tal de simular el que es pot observar en l'experiència del seguiment de l'ombra. Però amb el CABRI no ho vaig aconseguir. Una de les dificultats era que el programa no em permetia distingir l'extrem de l'ombra d'entre els dos punts de tall de les branques de la hipèrbola amb la semirecta que dona la direcció de l'ombra.

Com que pensàvem que la simulació del gir de les ombres seria un bon recurs per a mostrar a professorat i alumnat el fenomen en diferents latituds i moments de l'any, ens vam proposar, en el marc del treball d'aquesta llicència d'estudis, d'intentar construir el simulador. Ho hem aconseguit amb el GEOGEBRA, no sense dificultats, i s'inclou com un recurs en el material adjunt a la unitat. Els comandaments booleans del GEOGEBRA han permès superar els obstacles del CABRI i gràcies al tractament analític hem pogut ressaltar la branca d'hipèrbola que descriuen les ombres dibuixant-la com una funció paramètrica mitjançant les funcions hiperbòliques. La construcció està basada en la projecció sobre el pla horitzontal d'un quadrant o rellotge de sol equatorial; a l'equador, latitud zero graus, no podem projectar les línies del quadrant equatorial perquè és perpendicular a l'horitzontal i en conseqüència falla la construcció. Però això representa una singularitat que a la realitat no té sentit perquè

---

<sup>5</sup> Full que fou elaborat per Josep Homs i que ha estat adaptat a l'hora oficial per l'autor.

no és possible localitzar un punt de latitud exactament zero graus. La superació d'aquesta i altres dificultats que hem trobat en fer aquesta aplicació ens ha permès constatar en pròpia pell allò que defensem sobre la importància d'aprendre a partir de situacions i problemes reals.

Aquest comentari sobre la construcció del simulador de les ombres l'hem inclòs en aquest memòria perquè, a banda que ha ocupat una part del treball, il·lustra el potencial del context de les ombres del sol que és possible acostar a l'alumnat dels primers cursos de l'ESO gràcies a fer-los viure l'experiència, però també pot estimular al professorat a estudiar el fenomen que és d'una gran riquesa i complexitat. En tot cas, com sempre en el procés educatiu, és indispensable que l'educador estigui realment interessat en allò que vol fer viure a l'alumnat i li pugui transmetre el seu propi interès per conèixer i aprendre.

### **5.3 Habitatges i terrenys (Annex II)**

La unitat didàctica està basada en el context del preu de terrenys i habitatges. És una proposta per a primer o segon d'ESO d'una durada aproximada d'unes 18 hores de classe. El concepte d'àrea i la seva mesura són els principals continguts matemàtics implicats.

També en aquest cas la unitat didàctica i el material associat és conseqüència del treball de professors i professores, com Marta Berini i Carles Lladó, que van adaptar i experimentar en el projecte "Matemàtiques i realitat" els materials del Gruppo di Genova. A l'IES Arquitecte Manuel Raspall de Cardedeu també hem portat a terme la unitat de forma ininterrompuda des del curs 96-97

#### **5.3.1 Per què el context dels habitatges i els terrenys?**

Aquesta proposta connecta amb la necessitat humana de mesurar l'extensió de superfícies per a poder-les organitzar i valorar amb múltiples finalitats lligades a la seva producció o el seu intercanvi. Aquesta necessitat, plenament vigent a l'actualitat, d'entrada pot no formar part dels interessos personals més immediats de l'alumnat. Però podem fer-la emergir per tal que la visqui com una realitat propera, gràcies a la seva gran importància social i al seu lligam amb problemàtiques d'actualitat que toquen directament a l'entorn familiar o ciutadà.

Es pretén la comprensió de l'àrea, del tot necessària en el context, com a característica essencial de l'extensió d'una superfície, mesurable amb procediments directes o indirectes. La mesura directa per comparació amb la unitat és un procés indispensable per a la plena assimilació del concepte. La mesura indirecta comporta la

necessitat de processos de generalització i representació mitjançant fórmules, situació molt adequada per donar sentit a l'ús de lletres en les expressions amb variables. El procés porta fins a mesurar l'àrea de figures irregulars per aproximació mitjançant un polígon i triangulació. Les representacions a escala esdevenen també un instrument indispensable dins del context.

Tal com hem explicat a l'apartat 2.2.3, el context dels habitatges que dóna peu a les àrees, més endavant esdevindrà un context per a les expressions algebraiques i les seves transformacions. Un bon assentament del concepte d'àrea pot ser fonamental per a exercir el seu ús competent en múltiples situacions pràctiques, però també per a una entrada a l'àlgebra que doni sentit a les seves fórmules i equacions. És en aquest sentit que el context pot esdevenir un referent important en el procés educatiu per a aquella part de l'alumnat que li resulta difícil incorporar el món de l'àlgebra a la seva realitat.

#### **5.4 Enquesta electoral (Annex III)**

Unitat didàctica basada en el context de les eleccions municipals. Es pot dur a terme a qualsevol curs de l'ESO i fins i tot al Batxillerat, però s'adequa millor als dos darrers cursos de l'ESO. La proposta completa pot abastar fins a deu hores de classe. Els principals continguts matemàtics corresponen a l'estadística i la proporcionalitat, però sobretot s'hi veuen implicats processos de raonament, representació, comparació i estimació.

La unitat didàctica està lligada de manera indissoluble a la realització per part de l'alumnat d'un sondeig electoral per a les eleccions municipals. Aquesta experiència ha estat realitzada amb un grau d'èxit molt notable a Cardedeu des de la convocatòria electoral del 1995, primer per part de l'únic institut que hi havia al municipi i, a les darreres convocatòries, per part dels tres centres públics de secundària. L'èxit en les prediccions ha accentuat l'expectació per part de candidats implicats i població en general, i ha tingut ressò als mitjans de comunicació locals i comarcals.

##### **5.4.1 Per què el context de les eleccions municipals?**

El context sorgeix de la necessitat d'elegir democràticament els representants de la població per exercir el poder polític i de la curiositat per anticipar-ne els resultats. Les eleccions són l'acte fonamental de la democràcia i com a tal constitueixen una situació d'una rellevància social de primer ordre. Malgrat aquest relleu indiscutible, també és evident que les eleccions democràtiques no estan entre els interessos immediats de la majoria de l'alumnat. La proximitat de les eleccions locals, que comporta un possible coneixement dels candidats i una molt probable connexió amb algun dels problemes

que són objecte de debat, ha de permetre que el context passi a formar part de la realitat de l'alumne.

Allò que dota aquest context d'unes característiques molt poc habituals en el marc escolar, és la realització d'un sondeig electoral per a donar resposta a un problema autènticament real, que es planteja en el mateix moment del procés electoral i d'una importància reconeguda per la societat a través dels mitjans de comunicació. O sigui que és un veritable context real i com a tal té un valor excepcional.

Pel que fa a la contribució a l'educació matemàtica, es pretén aconseguir una comprensió bàsica de la capacitat i les característiques d'una bona mostra per representar la població total. Però sobretot es vol desenvolupar el paper de la matemàtica en la resolució del problema de repartir els escons o regidors segons els vots. El procediment d'assignació, el mètode d'Hondt, i la seva comparació amb el model proporcional ressaltarà la necessitat de les matemàtiques per resoldre problemes i exercir l'esperit crític.

A més a més es posaran en joc processos i continguts elementals lligats a la interpretació, organització i representació de dades estadístiques d'un caràcter qualitatiu com és la intenció de vot.

## **5.5 Taula d'orientació (Annex IV)**

Unitat didàctica basada en el context de la identificació i organització de punts geogràfics i urbanístics rellevants al voltant d'un lloc que permeti una bona observació de l'entorn. La proposta és per a 2n d'ESO i comporta una dedicació aproximada de cinc a set hores de classe. Les activitats tenen com a objectiu el disseny d'una taula d'orientació. Els principals continguts matemàtics corresponen als blocs curriculars d'espai i forma, i mesura. S'hi veuen implicats processos de representació i estimació.

A partir de l'exemple i l'experiència de la professora Marta Berini, l'IES Arquitecte Manuel Raspall de Cardedeu ha portat a terme l'activitat de construcció d'una taula d'orientació durant els darrers cursos. El material per l'alumnat que s'adjunta ha estat experimentat per primera vegada aquest curs acadèmic

### **5.5.1 Per què el context de la taula d'orientació?**

El context sorgeix de la curiositat per localitzar, descriure i representar la posició, relativa a l'observador, dels elements més notables observats des d'un punt de referència. També de la necessitat d'indicar direccions a l'espai que permetin orientar-se per tal de dirigir-se a un punt determinat des d'una posició de partida. És un context que connecta amb la necessitat que ha tingut des de sempre la humanitat per conèixer

el seu entorn, per localitzar i representar la seva posició sobre la Terra i per orientar-se en els seus desplaçaments.

La unitat té per finalitat el disseny d'una taula d'orientació centrada en un punt amb bona visibilitat. El disseny es du a terme a partir de la mesura directa d'angles de demora des del punt d'observació. Els angles esdevenen l'instrument matemàtic indispensable que permet descriure la direcció on es troben els diferents punts observables un cop establerta una direcció de referència. Les representacions a escala també hi tenen un paper destacable, tant per trobar a partir de mapes les direccions de punts no observables directament, com per poder indicar les distàncies des de la taula d'orientació als punts observats. La unitat contribueix a l'adquisició de competències bàsiques en relació a l'orientació local i al coneixement dels punts geogràfic i urbans més remarcables de l'entorn.

Malgrat que d'entrada el context pot no formar part ni de la realitat de l'alumne, ni dels seus interessos immediats, l'activitat fora de l'aula per a fer l'observació directa dels punts notables i mesurar-ne les demores, ha de contribuir de manera determinant a aproximar el context a l'alumnat.

## **6 Implicacions en la programació de la matèria i en la gestió de l'aula**

Hi ha aspectes de la planificació de la matèria de matemàtiques i opcions metodològiques de la gestió de l'aula que estan molt lligats al tipus d'enfocament de l'educació matemàtica que es proposa en aquest treball. Analitzarem seguidament alguns d'aquests aspectes per tal d'orientar i animar el professorat a incloure els contextos no matemàtics en la seva tasca docent.

### **6.1 La planificació**

Per donar rellevància al paper dels contextos no matemàtics cal una programació adequada que els contempli i els justifiqui. El fet que no hi hagi tradició d'aquesta manera de treballar, fa encara més necessària aquesta planificació, sense la qual es corre el risc que el seu paper esdevingui secundari o marginal.

#### **6.1.1 Els contextos dins la normalitat de la programació del treball a l'aula**

La proposta d'educació matemàtica a partir de contextos no matemàtics està orientada cap a la seva integració a la normalitat del dia a dia a l'aula. És a dir, no pretén que l'alumnat ho percebi com una cosa excepcional, ni està pensada per portar-la a terme en grups atípics o en situacions o èpoques especials. No estem parlant d'introduir uns continguts matemàtics per després aplicar-los a un context, ni tampoc d'una proposta de treball per projectes, individuals o en grup.

No volem excloure, ni molt menys, que de manera organitzada i habitual es desenvolupin projectes concrets d'investigació de fenòmens o situacions; ni tampoc que en moments puntuals, com per exemple a final de trimestre o en grups d'alumnes especials, es porti a terme algun treball d'aquest tipus. Però volem fer palès que l'enfocament que proposem va més enllà. Consisteix en desenvolupar una unitat didàctica compartida per tota la classe, d'una certa amplitud en el temps i que gira a l'entorn de l'estudi d'un context no matemàtic. Això comporta que el professorat reconegui el paper fonamental del context i que així ho faci viure a l'alumnat; també, que estigui convençut dels objectius de la unitat tant des del punt de vista de les matemàtiques com de les altres àrees i de la seva contribució a les competències bàsiques. En cas contrari, és a dir si el context es percep com una excusa per aplicar o

introduir uns continguts matemàtics, la complexitat que pot anar associada a la seva gestió i els sempre inquietants problemes de temps per fer “tot el programa”, poden constituir factors determinants que portin a anar al gra (els continguts matemàtics) i rebutjar la palla (el context).

Per tal que això no passi, el context ha d'estar inclòs i justificat en la programació del curs corresponent i ha de formar part de les estratègies i els itineraris didàctics previstos en la programació global de la matèria, sobretot pel que fa als continguts matemàtics clau de l'etapa. Per exemple, si s'estableix i es programa un itinerari per a l'aprenentatge de la proporcionalitat que s'inicia en les ombres del sol, aquest context passa a tenir un rol clar i rellevant per a aquest objectiu. Encara més patent és el cas de l'itinerari didàctic que es pot dissenyar per tal d'arribar a la manipulació algebraica i resolució d'equacions seguint un camí que s'inicia en els habitatges i terrenys i passa per les fórmules que expressen l'àrea d'una superfície.

Considerem, també, que la planificació i la programació han de permetre fer arribar a l'alumnat, implícitament i explícita, la coherència i la connexió entre els diferents temes del curs i de la etapa educativa. Tal com comentarem més endavant, transmetre el perquè es fan les coses i el lligam que hi ha entre elles, contribueix a donar sentit a l'activitat escolar i afavoreix la implicació de l'alumnat.

### **6.1.2 Perdre temps o guanyar-lo?**

Hem sentit dir i hem dit moltes vegades que els programes són extensos i que no hi ha temps d'abastar-los. Més o menys sovint, els professors i professores passem per la inquietud de retallar o deixar de treballar algun tema per falta de temps, sobretot a final de curs.

Hi ha enfocaments i metodologies que d'entrada semblen més lentes i en conseqüència creen rebuig en el professorat perquè és considera que fan perdre temps. És evident que des d'aquesta perspectiva la proposta d'una educació matemàtica a partir de contextos no matemàtics pot ser vista i rebutjada com a ineficient.

Però la valoració de l'eficiència d'una manera de treballar s'ha de fer en relació als objectius que es volen assolir. Una lectura dels nous currículums ens fa veure el paper essencial que hi tenen els processos, la importància que s'hi dóna als aprenentatges significatius i la visió global i competencial que dóna a l'educació matemàtica. D'acord amb això pensem que la nostra proposta no solament no fa perdre temps sinó que permet guanyar-lo perquè potencia la posada en joc dels processos en situacions significatives, contribueix de manera notòria a desenvolupar la competència matemàtica, allà on és necessària, i fa una aportació clara a les altres competències bàsiques i a l'educació global de l'alumnat, gràcies a la rellevància cultural del context.

Ara bé, només si el professorat és plenament conscient del valor d'aquestes aportacions i ho reflecteix en una programació de la matèria amb una previsió de temps suficient, serà possible que els contextos no matemàtics passin a formar part de la normalitat de l'educació matemàtica.

### **6.1.3 Els rèdits d'una educació a llarg termini**

Una aposta educativa com la que plantegem no es pot valorar només pels resultats a curt termini. Com dèiem a l'apartat 2.1.3, sobre la necessitat de fer visibles les matemàtiques, una finalitat de l'educació és que les persones en valorin el seu paper a la societat. El treball en contextos pot ser determinant per aconseguir que un cop superada l'etapa escolar les persones recordin i valorin les matemàtiques que van estudiar a la secundària com un mètode i un instrument necessari i útil. Recordant aquella frase d'Einstein sobre l'educació com allò que queda quan s'ha oblidat el que s'ha après a l'escola, podríem dir que una activitat matemàtica ben contextualitzada pot ser un factor determinant perquè més nois i noies, quan deixin l'escola, hagin incorporat a la seva educació una competència matemàtica bàsica i valorin el seu paper al món físic i social, com a conseqüència d'haver-ho viscut així en el treball a l'aula. Corroborar aquest punt de vista el testimoni d'una alumna al cap de quatre anys d'haver fet la unitat de les ombres del sol, que hem recollit a l'apartat 5.2.1.

Aquesta visió del llarg termini ha d'orientar la planificació de la matèria. Programar comporta establir prioritats i decidir. Com que el temps i les energies són limitades, la introducció dels contextos pot representar descartar el treball d'alguns continguts matemàtics o modificar el seu nivell d'aprofundiment. Recordem el que dèiem a l'apartat 2.1.1 sobre una educació matemàtica que posi l'accent en una manera de conèixer més que no pas en la instrucció en tècniques i procediments. Els nous currículums ens donen un marc que convida a prendre decisions en aquest sentit. És una oportunitat que hauríem d'aprofitar per donar una empenta a una educació matemàtica lligada al treball comprensiu en contextos rellevants.

### **6.1.4 La interdisciplinarietat**

És evident que els contextos que proposem admeten un tractament interdisciplinari i de fet l'origen d'alguns dels exemples va ser un treball d'aquest tipus. Per tant no descartem de cap manera aquesta possibilitat i considerem que pot ser molt interessant abordar aquests temes conjuntament amb altres matèries. Ara bé, la nostra experiència ens diu que als instituts no és fàcil un treball interdisciplinari que formi part d'una programació estable, que abasti tot el centre i tingui continuïtat. Normalment és fruit de l'entesa i la coordinació puntual entre persones concretes que comparteixen cursos, afinitats i ganes de fer un treball conjunt.



Més fàcil hauria de ser quan és el mateix professor o professora qui imparteix les matèries implicades. Però també en aquest cas és complicat, perquè no hi ha tradició de pensar en classes que no són d'una matèria determinada. Sense una programació que sigui conseqüència de l'acord entre els seminaris o departaments de les dues matèries és difícil que el treball tingui el caràcter d'estabilitat i normalitat que hem defensat.

Per altra banda no oblidem que estem parlant d'educació matemàtica i que un dels criteris fonamentals a l'hora d'escollir els contextos és la densitat de continguts matemàtics implicats i la seva idoneïtat específica per introduir algun model matemàtic concret. El professor ha de tenir molt present el doble vessant del context com a objecte de coneixement i com a marc que dona sentit als continguts matemàtics. Per tant un tractament interdisciplinari no hauria de fer perdre en cap moment els objectius en relació a l'educació matemàtica i al seu assoliment per part de tot l'alumnat. Això exigeix un seguiment de l'evolució de cada alumne i activitats individuals i de posada en comú que ajudin a organitzar i sistematitzar els aprenentatges.

## **6.2 La gestió de l'aula**

Tractarem aquí alguns aspectes relacionats amb la metodologia de gestió de l'aula i altres consideracions sobre el treball docent que d'alguna manera estan implicats amb les propostes que hem fet. Alguns dels punts que tractarem, com el treball en grups cooperatius, els incloem perquè corresponen a la nostra experiència, però evidentment la seva aplicació ultrapassa el marc de l'educació matemàtica en contextos no matemàtics i fins i tot l'àmbit de la matèria.

### **6.2.1 L'acolliment de les diverses capacitats i dels diferents punts de partida de l'alumnat**

Un dels grans avantatges del treball basat en contextos no matemàtics és la seva capacitat per acollir tot l'alumnat des del principi. El seguiment de les ombres del sol és una experiència que tothom pot seguir i comprendre, com tothom pot observar el seu entorn de cara a fer una taula d'orientació, afrontar la recollida de dades per fer una enquesta electoral o comprendre una situació sobre el preu d'un pis o de la renovació del seu terra segons els metres quadrats de superfície.

Però per altra banda també es propicia el tractament cíclic dels continguts matemàtics, o, més ben dit, helicoïdal en el sentit de tornar-los a tractar però avançant en la seva comprensió i el seu ús. Si el tema és el de les àrees, que segurament bona part de l'alumnat ja ha tractat anteriorment, un plantejament que parteixi dels preus dels pisos permetrà que tothom hi pugui participar amb independència del seus coneixements

previs, de manera que alguns o algunes podran avançar i d'altres tindran una nova oportunitat per entrar-hi amb l'ajuda dels altres companys. El professorat haurà de vetllar perquè els qui ja partien d'un punt més avançat prenguin consciència dels nous punts de vista i dels nous coneixements que es posen en joc, per evitar que considerin que el treball no els aporta res de nou.

Ja hem dit anteriorment que per a alguns alumnes és fonamental poder partir d'un context que compreguin i dins del qual es puguin formular qüestions i problemes que tinguin sentit. Més endavant, el context es pot convertir en un referent al qual retornar per a comprendre i desenvolupar continguts matemàtics cada vegada més complexos. Des d'aquesta perspectiva ens sembla paradigmàtic el context dels habitatges que dóna sentit a l'àrea, que a la vegada dóna sentit a expressions algebraïques. Al cap i a la fi històricament el context de les àrees ha estat un marc fonamental per donar significat a l'àlgebra.

### **6.2.2 El treball experimental i l'ús de materials manipulables**

Un factor determinant per a la integració de tot l'alumnat és la realització d'experiments i observacions directes, moltes vegades fora de l'aula, i que requereixen l'ús de materials o instruments. Els contextos no matemàtics comporten fer aquest tipus d'activitats experimentals que d'una banda acosten el context a la realitat de l'alumne i per l'altra faciliten la implicació d'aquell l'alumnat que assegut a una cadira a l'aula li costa de mantenir la concentració. L'observació de les ombres durant una jornada, la mesura directa de les dimensions d'un habitatge, l'observació i orientació dels punts notables visibles des d'un lloc de referència, la recollida d'intencions de vot, són activitats del tot lligades als contextos corresponents.

La realització d'aquestes activitats fa necessària una organització prèvia. Algun cas, com l'observació de les ombres que dura tot un dia, pot implicar professors d'altres matèries i, a més, resta condicionat al factor atmosfèric del qual se'n pot fer una previsió però hi poden haver sorpreses. Per a l'enquesta electoral cal una preparació per tal que l'alumnat prengui consciència de la responsabilitat que comporta la recollida de les intencions i la preservació del secret del vot.

És cert que pot resultar una mica complicat preparar i dur a terme aquestes activitats i això pot desanimar a alguns professors o professores de matemàtiques que no hi estan gaire acostumats, però creiem que val la pena perquè el fruit que se n'obté compensa en escriure. En la programació de les unitats que hem desenvolupat hem procurat de posar-hi indicacions per facilitar-ne l'organització.

### 6.2.3 La reflexió i la verbalització

L'activitat matemàtica posa en joc múltiples processos que exigeixen una actitud de reflexió i de raonament, només possible si allò que tractem té sentit per a l'alumne. El context facilita donar significat a l'activitat però no n'hi ha prou. És necessari estimular els processos reflexius a través de la feina individual de verbalització escrita, i de la interacció social a l'aula, entre l'alumnat i amb el professor, mitjançant la verbalització oral.

Pensem que un dels punts clau per tal que l'activitat a l'aula de matemàtiques reverteixi en educació matemàtica és que el professor o professora tingui sempre present que ha de facilitar i exigir, segons la capacitat de cadascú, el desenvolupament de les actituds de reflexió i raonament. Algú podria pensar que això que diem és tant evident que ni caldria recordar-ho. Però ens sembla que la realitat a les nostres aules no ho reflecteix. Pot resultar aclaridor, a l'hora que preocupant, el que va escriure una professora jove en finalitzar un curs de formació que vàrem impartir l'any 2007:

Ressaltar per últim que des del punt de vista dels formadors no és tan important la matèria donada com la **capacitat de raonar**<sup>6</sup>. És el primer cop que em trobo amb aquesta idea des que estic al món de l'ensenyament i m'hi subscric totalment (E. P.).

O també el que escriví una alumna, que va venir nova al centre a fer primer de batxillerat, a final de curs:

Mai havíem treballat les mates des d'aquest punt de vista reflexiu i comprensiu (C. G.).

Per potenciar els processos com el raonament, l'argumentació o la generalització, és convenient partir del treball reflexiu individual estimulat per alguna qüestió o problema que tingui sentit per a l'alumnat. El segon pas és la discussió, primer en petit grup i després en el grup classe. Finalment és bo tornar a la reflexió individual que s'ha de manifestar escrivint les conclusions a què s'ha arribat. Aquest esquema estableix un marc orientador, evidentment flexible, que ens recorda que la construcció del coneixement és un procés on hi juguen la reflexió individual, el contrast amb el coneixement dels altres i el llenguatge escrit i parlat com a instrument mediador.

Per últim, però no menys important, un aspecte que segons la nostra experiència pot contribuir a transmetre el gust per reflexionar i el preguntar-se el perquè de les coses. Ens referim al compliment d'aquest principi per part del professorat a l'hora de desenvolupar els diferents apartats o unitats de la matèria, justificant, de manera que ho puguin entendre els alumnes, el perquè de cada tema i subratllant-ne les

---

<sup>6</sup> En negreta a l'original escrit per la professora

connexions. És a dir, donar la informació suficient perquè ningú es pugui preguntar: per què fem o estudiem això? Una alumna, molt bona estudiant, va escriure en la seva valoració de les classes de matemàtiques:

Trobo molt interessant el fet de saber sempre el què estem fent i el perquè ho fem (A. P.).

Un estudiant, que presentava dificultats d'aprenentatge, a final de quart recordava les referències que havíem fet al treball de primer:

A vegades en Martí ens recordava el que fèiem a primer i vèiem que el que havíem estudiat ens servia per allò que estàvem fent (A. S.).

Finalment, un altre noi, no gaire treballador i que va superar el curs ben just, ho manifestava a la seva manera:

El contingut [de la classe de matemàtiques] està extremadament relacionat entre si, formant una linealitat que permet entendre en qualsevol moment per què estem treballant una cosa i no una altra. Aquest aspecte completament lògic i elemental no es compleix en la majoria de classes, en què s'estudia un temari sense que estigui relacionat amb res més, tant sols s'empassa sense mastegar i després es treu a l'examen (R. S.).

#### **6.2.4 La sistematització**

Hem destacat la importància de l'activitat matemàtica reflexiva a partir de situacions contextualitzades, però no hem d'oblidar que per poder posar en joc la competència matemàtica és indispensable la sistematització de tècniques, estratègies i sistemes de representació per tal d'afavorir que en el futur se'n pugui fer un ús segur i fluid. El treball significatiu i reflexiu ha de garantir que aquestes tècniques s'entenguin i es valorin com a útils en les situacions adequades, però a bona part de l'alumnat els caldrà un treball sistemàtic de consolidació per assegurar-ne el seu domini i que aquest sigui durador.

Hem parlat anteriorment que massa vegades l'activitat matemàtica es redueix a la instrucció en tècniques i procediments i en l'aplicació de models establerts en múltiples i típics exercicis, fins al punt que es pot confondre fer matemàtiques amb fer exercicis. Per això, al nostre centre hem optat per establir a tots els cursos de secundària, des de primer d'ESO a segon de Batxillerat, una distribució del temps de l'hora de classe per tal de separar l'activitat més rutinària de la més reflexiva. En general comencem dedicant uns deu o quinze minuts a fer exercicis típics de càlcul aritmètic o algebraic, o també d'aplicació sistemàtica i descontextualitzada de procediments com els trigonomètrics o, ja en el batxillerat, del càlcul diferencial i de l'estudi de funcions.

D'aquesta manera podem dedicar la part central i final de la classe a l'activitat matemàtica que posa en joc les actituds de reflexió que abans hem comentat i que vénen facilitades pel context. És evident que la frontera entre un exercici rutinari i una activitat reflexiva no és clara ni fàcil d'establir. Hi ha exercicis rutinaris complexos que requereixen molt control i prendre múltiples decisions reflexives, entre les quals hi ha la comprovació de la coherència del resultat. Però considerem que paga la pena fer una certa separació entre els exercicis sistemàtics i les altres activitats matemàtiques. D'aquesta manera tant el professorat com l'alumnat tenen més clar allò que es pretén a cada moment, no obliden la necessitat de fer exercicis de sistematització, i sobretot, eviten la tendència a convertir-los en els protagonistes de l'activitat matemàtica.

Volem assenyalar també la importància de programar itineraris didàctics que facilitin l'aprenentatge d'algunes tècniques i transmetre aquest camí a l'alumnat perquè al final del procés en sigui conscient. Ho il·lustrem amb el que va escriure una bona alumna sobre el camí seguit fins arribar a les tècniques de resolució d'equacions, que a més corrobora allò que hem comentat anteriorment sobre la necessitat que l'alumnat pugui ser conscient del seu itinerari en l'aprenentatge:

Amb el que he trobat més evolució i estic orgullosa de tot el treball i esforç que hi he posat (com molts altres alumnes) és tota l'evolució des del càlcul horitzontal a primer fins a les equacions de més d'un grau!!!, polinomis i sistemes. És evident que sense la base del càlcul horitzontal ens hauria sigut pràcticament impossible d'entendre-ho i fer-ho (A. P.).

Aprofitem per posar de relleu que aquesta noia forma part de l'alumnat que durant l'ESO ha seguit les unitats didàctiques que hem desenvolupat com a exemples en aquest treball. Una educació matemàtica basada en contextos no ha de menysprear les tècniques sinó posar-les al seu lloc.

### **6.2.5 La cooperació en l'aprenentatge**

Des de fa força anys hem experimentat el treball a l'aula organitzat en grups cooperatius. És evident que aquesta manera de gestionar la classe de matemàtiques no és una conseqüència ni una condició per al treball contextualitzat. Però hi és molt adequada i els materials que mostrem als exemples contenen activitats on es suposa aquesta organització i es proposen consultes o discussions en petit grup. Com que valorem molt positivament la gestió de l'aula en grups cooperatius i estem convençuts dels seus avantatges, a continuació comentem les seves característiques.

Es parteix d'una disposició de l'alumnat a l'aula en petits grups per tal de facilitar la comunicació entre els seus membres. No es tracta de fer un treball en grup ni de fer una producció de grup, sinó de fer un treball individual que té en els membres del grup l'entorn proper i adequat tant per fer discussions i reflexions col·lectives com per rebre

o donar ajuda. El grup és la primera instància per a discutir el que calgui, per corregir o per demanar ajuda abans de sol·licitar-la al professor o professora.

Els grups tenen d'entre tres i cinc alumnes. És el professor qui els organitza un cop té un bon coneixement del grup classe, de manera que siguin heterogenis en relació a la seva capacitat i al seu interès per aprendre, i estables durant un període llarg de temps. Cal explicar molt bé a l'alumnat què implica aquesta manera de treballar a fi de deixar ben clars els avantatges però també els perills que pot representar. La clau és transmetre i demostrar que a més dels objectius de la matèria es pretén potenciar i avaluar l'actitud de reflexió i raonament, a partir de la discussió, i el valor de l'ajuda i la cooperació entre els companys.

La relació de cooperació estableix un escenari on tothom hi surt guanyant, no només qui rep una ajuda sinó també qui la dona. L'esforç per explicar als companys allò que no entenen o no saben fer, contribueix a comprendre i a consolidar els propis coneixements. S'ha de deixar molt clar que ajudar no consisteix en transmetre un resultat o dir simplement com s'ha de fer una cosa, sinó que més aviat comporta donar orientacions i vetllar perquè qui rebí una ajuda per fer alguna cosa sigui capaç de tornar-la a fer tot sol. El professor haurà de vetllar perquè a través d'explicacions, debats i correccions l'alumnat vagi assumint aquesta manera d'entendre la cooperació en l'aprenentatge.

Un altre avantatge d'aquesta manera de treballar és que el marc del petit grup resulta molt apropiat per escoltar explicacions, indicacions o correccions del professor. També, per a prendre compromisos de treball o de millora. A més, el grup ajuda a autoregular els diferents ritmes de treball i les diferents capacitats.

És evident que aquest tipus d'organització de l'aula té també inconvenients. Un és l'enrenou que comporta moure les taules abans de començar i al final de la classe; un altre és el perill que el grup es converteixi en una tertúlia de temes aliens a l'activitat matemàtica. La meua experiència em demostra que a l'alumnat li agrada molt aquest tipus d'organització i ho valoren molt positivament tant els alumnes més capaços com els que tenen més dificultats. Això facilita que hi hagi voluntat d'esforçar-se en l'assumpte del moviment de taules i en general bona intenció per evitar les temptacions d'una comunicació inadequada.

Però potser és millor llegir les manifestacions que han escrit alguns alumnes valorant la classe de matemàtiques després de viure aquesta manera de treballar durant tota l'ESO.

L'Àgueda, en Guillem i la Farah ho valoren molt positivament:

Sobretot penso que és imprescindible no canviar la distribució de la classe en grups, ajuda moltíssim tant a un mateix com als altres companys (A. P.).

El fet principal i característic és que treballàvem en grup, i això ha estat clau per al funcionament (G. J.).

M'ha agradat treballar en grup; així si hi havia alguna dificultat sempre es podia comentar en el grup abans del professor (F. H.).

L'A. G., una noia amb moltes dificultats, reconeix que li ha permès superar el curs:

Potser no he treballat el suficient perquè no m'agraden les matemàtiques i em costen bastant, però gràcies als companys me n'he pogut sortir i aprovar el curs.

En Josep considera que ha estat clau per a l'ordre a la classe:

El que he trobat molt correcte és el fet de treballar en grup, que fa que es mantingui l'ordre i l'ambient de treball a classe, cosa que no passa en les classes normals que per molt que s'intenti sempre hi ha algú que no està pel que ha de fer (J. S.).

En Joan, que actualment està cursant la llicenciatura de matemàtiques, és conscient dels avantatges i inconvenients però també és queda amb els aspectes positius:

A mi m'ha agradat molt la manera de treballar en grup, perquè tot i que a vegades costa treballar en grup, normalment podem discutir les coses i ajudar als companys que no saben fer alguna cosa, així augmenta el nostre companyerisme i ens ajuda. El problema d'això és que és més difícil treballar i et distreus amb més facilitat, però sembla que té més avantatges que inconvenients (J. S.).

En Roger ho valora negativament i considera que pot obligar a fer massa esforç:

El fet de treballar en grup no m'ha semblat bé, ja que estàs menys concentrat que individualment. També trenca el ritme de treball de cada persona ja que si un va més ràpid els altres hauran de fer un sobreesforç (R. R.).

En Valentín ho insereix en una visió global que reflecteix els valors que hem intentat transmetre en les nostres classes i il·lustra algunes de les idees que desenvoluparem en el proper apartat:

Durant aquests quatre anys a l'ESO no importa si tens un 6,42 o un 6,47 en un examen. L'important és aprendre, esforçar-se, reconèixer els errors, i si es pot, ajudar els companys o companyes que tenen més dificultat (V. L.).

### **6.2.6 L'avaluació i el traspàs de la responsabilitat en l'aprenentatge**

El treball en contextos no determina una manera d'avaluar. Però, com en el cas de la gestió de l'aula en grups cooperatius, les unitats didàctiques que hem proposat prenen partit per una forma d'entendre l'avaluació. Bàsicament consisteix en l'observació continuada de cada alumne en el dia a dia del seu treball i de la seva implicació a

l'aula. Entenem que avaluar és fer un seguiment dels progressos per a estimular-los i dels errors i les dificultats per ajudar a superar-los, tant pel que fa a les actituds com als aprenentatges.

La verbalització oral i escrita dels raonaments i les argumentacions, constitueixen l'eina més útil per a poder fer aquest seguiment. Però la verbalització només esdevindrà un útil eficaç si es vetlla perquè l'alumnat entengui que la manifestació dels seus errors i les seves dificultats no serà penalitzada sinó que serà el punt de partida per a poder-los corregir.

L'avaluació que posa el seu accent en el control puntual dels coneixements manifestats per escrit en una hora de classe, altrament dit examen, constitueix l'eix bàsic a l'entorn del qual gira l'activitat escolar. Pensem que això desvirtua l'educació perquè fa que l'alumnat s'interessi més per la qualificació dels exàmens que per l'aprenentatge. Com deien a l'apartat 2.2.1, quan es demana als estudiants què han après, contesten moltes vegades amb la nota que han tret en una prova escrita. Hi ha un contracte didàctic implícit o explícit pel qual s'estableix que allò fonamental que demana l'escola a l'alumnat, i de retruc allò que li exigeix el seu entorn familiar, és que faci un bon paper en els exàmens.

És molt difícil intentar modificar aquest contracte que ultrapassa l'àmbit escolar per imbuir els ensenyaments superiors i la manera d'entendre l'educació en la societat en general. Però pensem que si es vol fer un salt de qualitat autèntic en el camp de l'educació, s'ha d'incidir en un canvi en aquesta perspectiva per tal de desplaçar l'accent des de l'interès per l'examen a l'interès pel coneixement, des del disgust o la satisfacció per la qualificació a la preocupació i el gust per aprendre. Potser algú pot pensar que les dues perspectives són compatibles i es complementen. Teòricament és cert, però al nostre entendre a la realitat de les nostres escoles només es dona aquesta compatibilitat en casos puntuals d'alumnes o disciplines concretes. En general i independentment dels avanços que en els últims anys s'han produït en una avaluació continuada, predomina encara la cultura escolar de l'examen i la nota.

Hem treballat intensament a les nostres classes per intentar remoure a fons aquest contracte, i podem donar fe que no és fàcil perquè representa nedar a contracorrent. Té dos aliats fenomenals, l'un conseqüència de l'altre. Primer la coherència del discurs que sosté que fonamentalment a l'escola s'hi va a comprendre i aprendre; i després la intel·ligència i capacitat de l'alumnat per acceptar-ho i controlar, en el dia a dia, si el professor s'hi mostra plenament d'acord en actituds i fets.

Apostar perquè l'alumnat visqui a l'aula amb l'incentiu de la preocupació i el gust per comprendre i aprendre, representa desplaçar la responsabilitat de l'aprenentatge cap a l'alumne. Aleshores l'avaluació és l'eina que el professor li posa a les mans perquè pugui exercir aquesta responsabilitat.



Ho diu l'alumne que hem citat al final de l'apartat anterior quan a la seva manera descriu un desplaçament de la importància de la nota "no importa si tens un 6,42 o un 6,47", cap a altres perspectives "l'important és aprendre, esforçar-se, reconèixer els errors, i si es pot, ajudar els companys o companyes que tenen més dificultat". S'entén millor el que vol dir aquest alumne sobre les qualificacions, on ridiculitza la precisió de les centèsimes, si tenim en compte que durant els quatre cursos de l'ESO l'alumnat no ha vist mai cap qualificació graduada a les seves produccions de matemàtiques, que evidentment han estat corregides, comentades i utilitzades com a eina d'avaluació formadora.

Deixem que altres alumnes mostrin la perspectiva que han viscut a les classes de matemàtiques:

El més positiu d'aquestes classes per a mi ha estat el plantejament. Primer de tot el fet que el que es vol és que l'alumne entengui i aprengui. Sembla una cosa evident, però en moltes assignatures no és així (G. J.).

M'agraden molt els valors que s'ensenyen [a la classe de matemàtiques], això que la nota no és important i el que importa és aprendre. M'agrada perquè l'important és entendre les coses, la manera d'aprendre que tenim (J. G.).

El professor no és un ésser suprem que ens rescata de la ignorància (com sembla en algunes classes) sinó que ens dona les eines suficients perquè nosaltres sols puguem aprendre (R. S.).

I finalment unes contundents paraules d'un noi que va arribar al centre a mig curs i va aprovar la matèria de manera molt justa:

Durant els cinc mesos que he passat, he notat un mètode diferent d'entendre les matemàtiques. Aquí, el que de veritat importa és si has après o no. Tot el contrari que a (...), on només importen els exàmens (V. F.).

### **6.2.7 La gestió del canvi de contracte didàctic**

Primer de tot voldria comentar que des que vaig iniciar el primer curs de l'ESO per a mi les matemàtiques van esdevenir del tot diferents. Eren com una nova assignatura. Una nova matèria que encara no havia tractat (G. J.).

Amb aquestes paraules començava un alumne la seva valoració de les classes de matemàtiques, també des de la perspectiva del final de l'ESO, recordant les primeres impressions de quatre anys enrera i reflectint la seva impressió d'unes classes de matemàtiques que trencaven amb el que ell esperava.

A l'apartat anterior hem defensat la conveniència del canvi de contracte didàctic en relació a l'avaluació i a la responsabilitat en l'aprenentatge. Però, l'enfocament de

l'educació matemàtica en contextos no matemàtics i les implicacions metodològiques que hi puguin anar associades, comporten altres canvis en aquest contracte que ja hem anat descrivint. Ressaltem sobretot el desplaçament, des de les matemàtiques com una instrucció en tècniques, cap a unes matemàtiques on la reflexió i la resolució de qüestions en contextos significatius per a l'alumne són el centre de les activitats a l'aula.

El professorat n'haurà de ser molt conscient per gestionar aquest canvi i restar atent a acompanyar l'alumnat amb paraules i fets que visualitzin els avantatges de la nova manera de treballar. Aquest acompanyament es pot fer extensible a l'entorn familiar de l'alumnat. A vegades és aquest entorn, on s'inclouen les preteses ajudes extraescolars, qui rebutja les noves perspectives perquè no coincideixen amb la tradició que els pares han viscut de les matemàtiques a l'escola, consistents en el desenvolupament de tècniques i la realització dels típics exercicis o problemes. Fa un temps uns pares es van queixar dient que a les classes de matemàtiques bàsicament només es feien activitats on l'alumnat havia de pensar i raonar, i a veure què passava amb les equacions, perquè en altres centres i en el mateix nivell ja feia temps que hi dedicaven bona part de les hores de classe. No ens preocupa que els pares es queixin d'unes matemàtiques basades en pensar i raonar, però sí que pensem que cal explicar i justificar l'enfocament de la matèria, inclosa la garantia que també es resoldran equacions, però en el seu moment, en la mesura convenient i sense desplaçar-hi el focus de l'activitat matemàtica.

## 7 Difusió

Els canals per divulgar les aportacions d'aquest treball seran diversos. El més potent per fer arribar les propostes concretes a tot el professorat serà l'aplicació informàtica ARC-cercaMAT. També es contemplen altres mitjans com la comunicació en Jornades o Congressos, la publicació d'articles i la difusió en el marc de cursos de formació.

### 7.1 L'ARC-cercaMAT

La difusió dels exemples desenvolupats en aquest treball i que consten als annexos, es farà a través de l'aplicació informàtica ARC-cercaMAT que està desenvolupant el CREAMAT, en la qual hem col·laborat en el marc d'aquesta llicència d'estudis, i que preveu estar oberta al públic properament. L'ARC-cercaMAT és un banc de recursos accessible a través de la xarxa mitjançant un cercador incorporat. Vol recobrir el currículum de matemàtiques d'infantil, primària i secundària des de diferents punts de vista, o tipus d'elements. En el tipus que porta el nom de "context general o de la vida quotidiana" hi incorporarem els exemples d'aquest treball.

De fet aquesta eina informàtica està més aviat pensada per a recursos d'un abast més puntual que no pas els exemples d'aquest treball. Però pensem precisament que és molt interessant que el professorat es trobi també amb propostes més amples i que pugui accedir als materials i també a les idees que sustenten les unitats basades en contextos no matemàtics. Per això hem desenvolupat la fitxa informativa (apartat 4.4) de manera que com a nucli de l'element hi incorpori la informació bàsica, però també els criteris i els punts de vista que justifiquen la proposta.

### 7.2 Altres canals de difusió

En el marc de les XIVJAEM (Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas) celebrades a Girona hem presentat el dia 4-07-09 una comunicació amb el títol de "Una educación matemática a partir de contextos no matemáticos". No es descarta la possible presentació de les aportacions d'aquest treball en altres jornades.

També es preveu publicar algun article i utilitzar el marc dels cursos de formació per fer arribar al professorat les idees i les propostes sobre una educació matemàtica en contextos no matemàtics.

## 8 Síntesi de les aportacions i propostes

En aquest treball hem fonamentat i descrit les característiques i les implicacions d'un enfocament de l'educació matemàtica a partir de contextos no matemàtics d'acord amb els nous currículums de l'ESO. Hem considerat algunes fonts teòriques i pràctiques, però, sobretot, ens hem basat en el treball docent de molts anys d'experimentació a l'aula. Exemples concrets i experimentats, que hem presentat com a unitats didàctiques amb la seva programació completa, han il·lustrat la proposta. A la programació de les unitats es fa referència als materials de treball a l'aula que també s'han inclòs. Aquests exemples són l'aportació pràctica del treball i es troben als annexos. En un futur proper s'hi podrà accedir a través de l'ARC-cercaMAT .

A continuació fem una síntesi de les principals idees que hem aportat i que es poden veure reflectides en els exemples desenvolupats:

- Hem concretat una definició dels contextos en l'educació matemàtica com a àmbits o situacions, amb sentit per a l'alumnat i percebuts com de la seva realitat, en els quals es poden fer preguntes o plantejar problemes amb significat que requereixen les matemàtiques per a donar-hi resposta, i on les respostes o solucions poden ser contrastades.
- Hem posat el context en un lloc preeminent de l'educació matemàtica com a objecte de coneixement, punt de partida del procés de matematització i títol de la unitat didàctica corresponent, per tal de fer visible la matemàtica present al món físic i social i donar-li valor i significat. El context es situa en un primer pla i ultrapassa el paper secundari d'aplicació de continguts matemàtics prèviament introduïts.
- Hem considerat que el context, que pot ser intern o extern a les matemàtiques, és inevitable i cal tenir-lo sempre en compte en el procés educatiu. Només si és proper a la realitat de l'alumnat, en un sentit ampli que pot incloure els contextos matemàtics, podrà jugar el seu paper de donar sentit a l'activitat educativa. Es tracta de comprendre per aprendre.
- Hem establert uns criteris per a la selecció dels contextos. Des del punt de vista de les matemàtiques hem considerat el criteri de la necessitat no forçada dels continguts matemàtics en el context, el criteri de la idoneïtat didàctica per a la introducció d'algun contingut de manera que el context pugui esdevenir una referència a llarg termini, i el criteri de la quantitat i varietat de continguts implicats.

- Pel que fa als criteris des del punt de vist del context, hem proposat que no es prioritzi la motivació o els interessos "immediats" de l'alumnat, sinó la connexió del context amb activitats humanes bàsiques i la seva rellevància cultural, de manera que desperti els interessos "profunds" de la persona i contribueixi a la seva educació global.
- Hem apostat perquè la perspectiva dels contextos no matemàtics en primer pla no quedi reduïda a l'excepcionalitat de grups o moments especials, sinó que s'integri a la normalitat de l'aula en forma d'unitats didàctiques. Hem ressaltat dos factors decisius que ho afavoreixen: una programació amb la justificació del paper del context i la previsió de temps adequada, i un material complet per a l'alumnat que reuneixi totes les activitats previstes.
- Hem assenyalat que la proposta comporta activitats experimentals, l'ús de recursos didàctics i la discussió a l'aula com a mitjans per implicar tot l'alumnat i acostar-lo al context. Això permet l'acolliment de les diverses capacitats i punts de partida.
- Hem indicat altres aspectes d'organització i de gestió de l'aula als quals convida la proposta: l'enfocament interdisciplinari que és inherent a la naturalesa del context; l'organització del treball en grups per promoure la cooperació en l'aprenentatge; la verbalització com a eina que posa de manifest les idees de l'alumnat, tant les correctes com les errònies; el traspàs a l'alumne de la responsabilitat en el seu aprenentatge; i l'avaluació com a procés que hi està integrat i el facilita.
- Hem advertit que la proposta comporta un canvi en el contracte didàctic que sol ser discordant amb les expectatives de l'alumnat i el seu entorn familiar, sobretot pel que fa al desplaçament del centre de l'activitat des de la instrucció en tècniques i exercicis cap al desenvolupament de processos de reflexió i comprensió.

Finalment volem dir que la perspectiva de l'educació matemàtica en contextos no matemàtics no vol ser radical. Pot conviure amb altres enfocaments perquè, entre altres coses, és una visió oberta als contextos interns a la matemàtica. Ara bé, pensem que requereix una organització i una implicació del professorat, des del convenciment, sense la qual no és possible transmetre a l'alumnat ni el paper del context, ni el de les matemàtiques que hi són necessàries. La falta de tradició d'aquesta manera de treballar i la pressió de la falta de temps per desenvolupar els continguts curriculars no hi ajuden. Per això, si no es promou una formació inicial del professorat que contempli els contextos no matemàtics i valori la seva sintonia amb els plantejaments dels nous currículums, aquest enfocament continuarà essent del tot minoritari i no es generarà la demanda de materials i línies de programació que el tinguin en compte. Una formació

d'aquest tipus donaria al professorat la perspectiva d'una educació matemàtica per a tothom a partir d'activitats amb sentit per a l'alumnat, on la pregunta "i això per què serveix?" tindria resposta evident a la mateixa activitat de l'aula.

## 9 Agraïments i consideracions finals

Aquest treball és conseqüència de molts anys de tasca docent i per tant no hauria estat possible sense la contribució de molts professors i alumnes que al llarg d'aquest temps han anat donant cos a les idees i les pràctiques que s'exposen. A tots i totes, el meu agraïment.

Els companys i companyes del Grup Zero em van donar l'oportunitat d'introduir-me en una visió de l'ensenyament de les matemàtiques que ha desembocat en les idees i propostes exposades. En especial, la Marta Berini amb les seves idees pràctiques i la seva energia per portar a la pràctica experiències amb l'alumnat, i en Carles Lladó amb els seus treballs i reflexions sobre els quals es sustenten les experiències i els fonaments d'aquest treball. La Pilar Figueras, amb les seves propostes de gestió de l'aula i d'avaluació, ha estat determinant en la línia metodològica que hem descrit.

Les discussions i reflexions, en les moltes reunions de departament a l'Institut, sobre els materials, els aprenentatges de l'alumnat i la manera d'avaluar-los, han estat també decisives per conformar la proposta. Agraïxo d'una manera especial a Josep Homs la seva sempre bona disposició en l'elaboració de materials i la contribució concreta que ha fet en alguns dels que es mostren en aquest treball.

Vull agrair a la Susanna Dols la lectura prèvia d'aquesta memòria, a la Vicenta Rambla la revisió d'alguns dels materials, i, especialment, a la Fina Dantí que ha tingut la disposició i paciència de llegir-ho quasi tot. Els seus comentaris han estat reconfortants i les seves propostes han ajudat a millorar-ne la redacció.

Les reunions de treball amb la Carmen Azcárate, supervisora del treball, han estat el motor i la guia per tirar-lo endavant. Les lectures proposades, els seus comentaris, les seves crítiques i els seus consells sempre positius i animadors han estat clau. Sobretot, per superar les inseguretats i els dubtes que comporta el treball d'ordenar i expressar les idees a fi de fonamentar i justificar una proposta educativa, tasca a la qual no estava avesat.

Haig d'agrair que em fos concedida aquesta llicència retribuïda perquè fonamentar i mostrar amb exemples els avantatges d'una educació matemàtica a partir de contextos no matemàtics, no hauria estat possible sense comptar amb el temps i la perspectiva que m'han donat l'allunyament temporal de la dedicació que exigeix la tasca docent en primera línia. Faig extensiu aquest agraïment al CREAMAT que va avalar el projecte i molt concretament a l'Anton Aubanell, ja que els seus ànims i la seva confiança van ser determinants perquè em decidís a presentar el projecte.

Finalment recordo el que deia l'enyorat Jaume Jorba sobre la manca de continuïtat del treball dels professors i professores als nostres instituts. Comentava que els camins d'innovació i de millora de la qualitat de l'ensenyament que s'obren als nostres centres no deixen petjada i que sempre és un tornar a començar. A vegades queden uns materials puntuals com a testimoni d'una línia de treball, però falta el substrat argumentat que orienti qui vulgui continuar-la. Aquesta llicència m'ha donat l'oportunitat d'intentar mostrar un camí per endinsar-se en l'educació matemàtica a partir de contextos no matemàtics, proposta que és hereva del treball d'alguns professors i professores que al llarg de molts anys han anat obrint aquest camí i que ara és més oportuna que mai, d'acord amb el nou currículum.



## **10 Relació de materials inclosos en els annexos**

### ***10.1 Annex I: Ombres del sol***

- Fitxa de la unitat.
- Programació didàctica.
- Material per al treball de l'alumnat: Sol i Terra
- Guió per al treball que ha de lliurar l'alumnat.
- Instruccions per als observadors de les ombres.
- Taula de recollida de dades de l'observació.
- Construcció Geogebra per visualitzar el ventall de les ombres.
- Full de càlcul per calcular angles i longituds de les ombres.

### ***10.2 Annex II: Habitatges i terrenys***

- Fitxa de la unitat.
- Programació didàctica.
- Material per al treball de l'alumnat: Habitatges i terrenys

### ***10.3 Annex III: Enquesta electoral***

- Fitxa de la unitat.
- Programació didàctica.
- Material per al treball de l'alumnat: Eleccions municipals
- Full de càlcul de suport de tractament de dades que inclou el mètode d'Hondt.

### ***10.4 Annex IV: Construcció d'una taula d'orientació***

- Fitxa de la unitat.
- Programació didàctica.
- Material per al treball de l'alumnat: Construcció d'una taula d'orientació.

## 11 Bibliografia

- Aubanell, A. (2007). Els recursos materials a l'aula de matemàtiques de secundària. *Escola Catalana*, 442, pàg. 13-14.
- Azcárate, C. (1994). El contracte didàctic. *Crònica d'ensenyament*, 70, pàg. 24-26.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática*. Barcelona: Paidós.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, 2, pàg. 33-115.
- Casadevall, M. (2007). Una experiència: seguiment de les ombres del sol durant un dia. *Escola Catalana*, 442, pàg. 40-41.
- Departament d'Educació (2007). Decret 143/2007 Ordenació dels ensenyaments de l'educació secundària obligatòria. DOGC 4915, 29-6-2007
- Departament d'Educació i Universitats (2006). Pacte Nacional per a l'Educació. Debat curricular. Reflexions i propostes. Document final. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Educació i Universitats.
- Departament d'Educació. Desplegament del currículum a l'educació primària. [En línia] Generalitat de Catalunya. Departament d'Educació (2008). <[http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/desplegament\\_pri.pdf](http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/desplegament_pri.pdf)> [Consulta: 10 d'octubre 2008]
- Departament d'Educació. Desplegament del currículum a l'educació secundària obligatòria (ESO). [En línia] Generalitat de Catalunya. Departament d'Educació (2008). <[http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/ESO/desplegament\\_c\\_e\\_so.pdf](http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/ESO/desplegament_c_e_so.pdf)> [Consulta: 12 de gener 2009]
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, 2, pàg. 5-31.
- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics as to be useful?. *Educational Studies in Mathematics*, 1, pàg. 3-8.
- Gravemeijer, K., Terwel, J. (2000). Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. *Journal of Curriculum studies*, vol. 32, 6, pàg. 777-796.
- Grup Zero (1980). *Guia del professor*. Barcelona: ICE Universitat Autònoma de Barcelona
- Grup Zero (1981). *La mesura i els nombres*. Barcelona: Editorial Vicens Vives.
- Jorba, J., Lladó, C. i altres (1998). *Parlar i escriure per aprendre*. Barcelona: ICE Universitat Autònoma de Barcelona.
- Keitel, C. (1997). Matemáticas y realidad en la clase. *UNO Revista de didáctica de las*

*matemáticas*, 12, pàg. 49-66.

Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna*. Siglo veintiuno editores. Madrid

Lladó, C. (1996). La enseñanza de las matemáticas y de las ciencias en la educación secundaria obligatoria. Bases epistemológicas y didácticas. *Signos. Teoría y práctica de la educación*, 16, pàg. 58-75.

Lladó, C. (2006). ¿Las últimas respuestas? No, ¡las primeras preguntas!. *Cuadernos de pedagogía*, 355, pàg. 59-62.

Lladó, C., Boero, P. (1995). Une éducation mathématique enracinée dans l'histoire de la culture qui répond aux besoins des enfants pour les insérer dans la société actuelle: L'équilibre nécessaire. *Proceedings CIEAEM 47*. Berlin.

Martínez, M. Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. [En línia] Universitat Autònoma de Barcelona (2003) <[http://www.tdr.cesca.es/TESIS\\_UAB/AVAILABLE/TDX-0611104-162344//mms1de3.pdf](http://www.tdr.cesca.es/TESIS_UAB/AVAILABLE/TDX-0611104-162344//mms1de3.pdf)> [Consulta: 7 de març 2009]

Niss, M. (1995). Las matemáticas en la sociedad. *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*, 6, pàg. 45-58.

Oakeshott, M. (1962). Citat per Jorba, J. (1998). *Parlar i escriure per aprendre*. Barcelona: ICE Universitat Autònoma de Barcelona.

OCDE (2006). *Marc conceptual per a l'avaluació PISA 2006*. Barcelona: Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu. Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya. [En línia] <[http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/marc\\_pisa\\_2006.pdf](http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/marc_pisa_2006.pdf)> [Consulta: 5 de novembre 2008]

Ramos, A. B., Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, Anno 20, 4, pàg. 535-556.

Santaló, L. (1992). Matemática y cultura general. *Suma*, 10, pàg. 105-109.