# PROBLEMES DE MATEMÀTIQUES AMB LA CASIO FX 570/991 CLASSWIZ

Ricard PEIRÓ i ESTRUCH

La resolució de problemes comporta un aprenentatge dels processos matemàtics tals com conjecturar, particularitzar-generalitzar, abstraure, provar, establir connexions, però també conéixer teories, algoritmes i saber establir relacions.

Polya indica quatre fases en la resolució d'un problema:

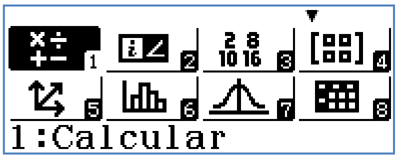
Entendre el problema.

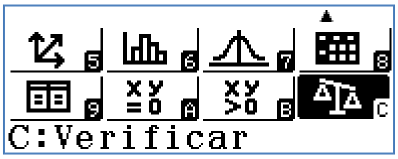
Crear un pla.

Portar a terme el pla o estratègia.

Revisar i interpretar el resultat.

Els menús de la calculadora són molt intuïtius.




La introducció de la calculadora en l'aula, comporta un gran canvi metodològic. Permet l'anàlisi dels resultats agilitant els processos de càlcul i ajuden a la visualització de situacions difícils d'abstraure a partir d'una expressió verbal o a la pissarra.

Una possibilitat que té la calculadora és la utilització del codi QR que permet utilitzar la web de Casio per representar gràficament funcions així com gràfiques estadístiques.

Els problemes són extrets d'olimpíades de secundària nacionals i internacionals.

La calculadora també té un emulador per als ordinadors que permet al professorat donar una explicació molt més fluïda sobre els procediments d'utilització de la calculadora.

Aquestes fitxes són les que he portat a l'aula a fi que els alumnes puguen treballar-les amb la calculadora.

# ENUNCIATS

**Problema 1.** Paràbola que passa per tres punts.

a) Determineu la paràbola que passa pels punts $(-2, 3)$, $(2, 1)$, $\left(3, \frac{7}{4}\right)$.

b) El punt $(4, 7)$ pertany a la paràbola.

c) Dibuixeu la paràbola.

**Problema 2**

Quin és el menor nombre natural que al multiplicar-lo per 1176 s'obté un quadrat perfecte?. Quin és el quadrat perfecte?

**Problema 3**

Donada la fracció $\frac{4}{5}$ sumem 12 al numerador. Què hem de sumar al denominador a fi que resulta la mateixa fracció inicial $\frac{4}{5}$.

**Problema 4**

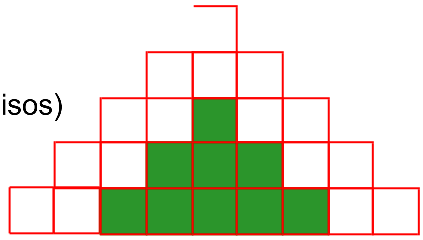
Quina és la darrera xifra de $3^{126}$ (xifra d'unitats)?.

**Problema 5**

Cleopatra construeix piràmides començant pel cim.

N'ha dibuixat una de 32 pisos (en la figura hi ha una de cinc pisos) acolorint de la forma que es veu començant pel tercer pis.

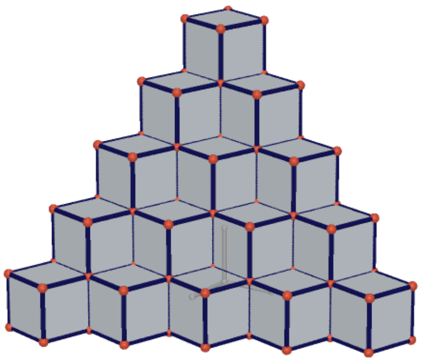
Quina és la diferència entre els quadrats verds i els blanc utilitzats.



*Concurs de Primavera 2015. Nivell 3. Segona fase.*

**Problema 6. Torre de cubs.**

Aquesta torre està feta amb 35 cubs i té 5 capes.
Quants cubs ens calen per construir una torre de 10 capes?.
Quants cubs ens calen per construir una torre de 100 capes?



**Problema 7**

En la següent distribució de nombres s’han disposat formant un escaire de fuster.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 | 56 | 60 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | 77 | 84 | 91 | 98 | 105 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104 | 112 | 120 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 | 99 | 108 | 117 | 126 | 135 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 |
| 11 | 22 | 33 | 44 | 55 | 66 | 77 | 88 | 99 | 110 | 121 | 132 | 143 | 154 | 165 |
| 12 | 24 | 36 | 48 | 60 | 72 | 84 | 96 | 108 | 120 | 132 | 144 | 156 | 168 | 180 |
| 13 | 26 | 39 | 52 | 65 | 78 | 91 | 104 | 117 | 130 | 143 | 156 | 169 | 182 | 195 |
| 14 | 28 | 42 | 56 | 70 | 84 | 98 | 112 | 126 | 140 | 154 | 168 | 182 | 196 | 210 |
| 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 | 105 | 120 | 135 | 150 | 165 | 180 | 195 | 210 | 225 |

Considereu la suma dels nombres de cada escaire:

1

$2+4+2$

$3+6+9+6+3$

$4+8+12+16+12+8+4$

Amb ajut de la calculadora calculeu el valor de les sumes

Hi ha regularitat en aquestes sumes.

**Problema 8.**

Pere va escriure els primers 2015 naturals en una taula de 100 × 100, tal com es mostra a la figura. (a la figura, la taula no s'ompli completament)

Quin és l'últim nombre de la segona fila?

*KöMaL, K489.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | ... |
| 2 | 5 | 9 | 14 | 20 | | |
| 4 | 8 | 13 | 19 | | | |
| 7 | 12 | 18 | | | | |
| 11 | 17 | | | | | |
| 16 | | | | | | |
| ⋮ | | | | | | |

**Problema 9**
**Àrea d'una paràbola. Mètode d'Arquímedes.**

Determineu l'àrea afitada per la paràbola $y = -x^2 + 4x + 5$ i l'eix d'abscisses.

**Problema 10. Problema d'optimització.**

Quines dimensions ha de tenir un cassó en forma de cilindre d'un litre de capacitat perquè la superfície total siga mínima. Calculeu la superfície mínima

**SOLUCIONS**

**Problema 1:** Paràbola que passa per tres punts.

a) Determineu la paràbola que passa pels punts $(-2, 3)$, $(2, 1)$, $\left(3, \frac{7}{4}\right)$.

b) El punt $(4, 7)$ pertany a la paràbola.

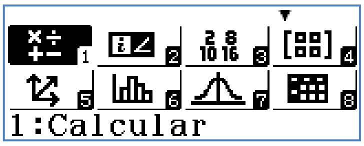
c) Dibuixeu la paràbola.

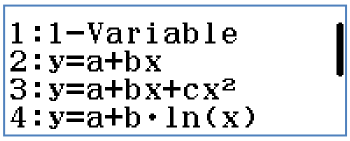
Solució:

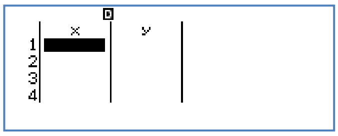
a)

**Procediment 1**

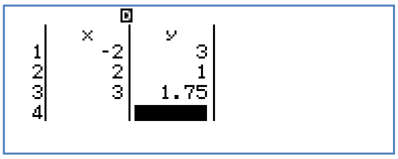
Obriu el menú d'estadística. Regressió quadràtica:

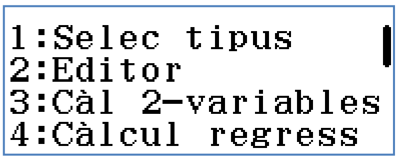



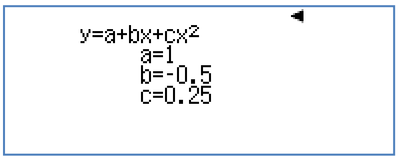



Introduïu les coordenades dels punts:




Calculeu la regressió quadràtica:


La funció és $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$.

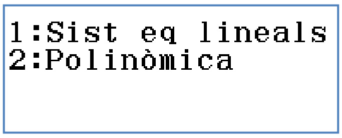
**Procediment 2**

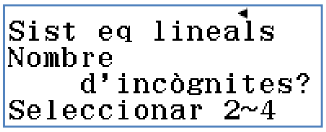
Siga la paràbola $y = ax^2 + bx + c$. Els tres punts pertanyen a la paràbola, aleshores, satisfan la seua equació:

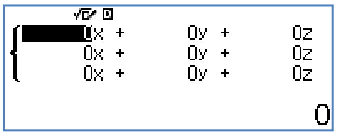
$(-2)^2 a - 2b + c = 3$. $2^2 a + 2b + c = 1$. $3^2 a + 3b + c = \frac{7}{4}$.

Resoldrem el sistema format per les tres equacions lineals.

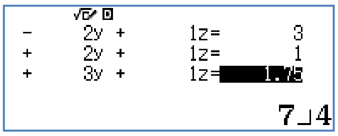
Obriu el menú equacions lineals (3 incògnites):



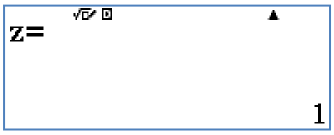



Introduïm els coeficients i termes independents i resolem:



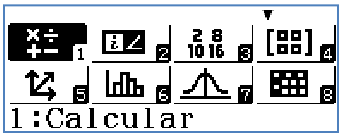





La funció és $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 1$.

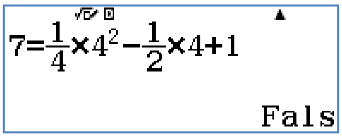
b)

Obriu el menú verificar:





Vegem si $7 = \frac{1}{4} \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 + 1$:



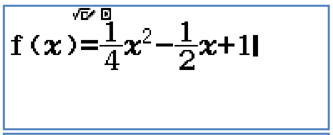

Aleshores, el punt $(4, 7)$ no pertany a la paràbola.

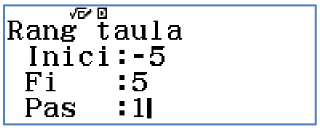
c)

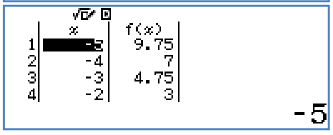
Obriu el menú de funcions i representeu la funció:

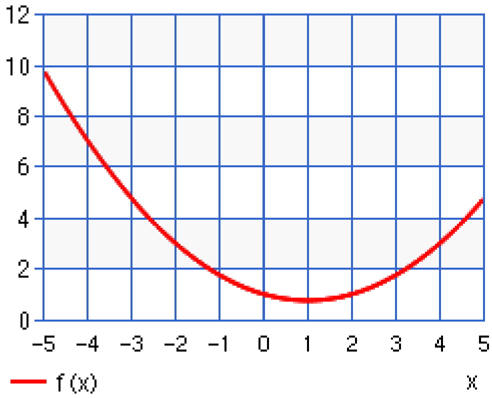
[MENU] [9] [▭/▭] [1] [▼] [4] [▶] [$x$] [$x^2$] [−] [▭/▭] [1] [▼] [2] [▶] [$x$] [+] [1]

[=] [(−)] [5] [=] [5] [=] [1] [=] [=]




Seleccioneu el codi QR.

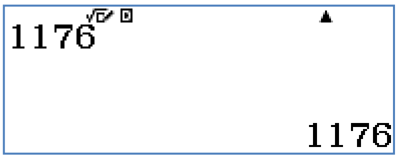
[=] [(−)] [5] [=] [5] [=] [1] [=] [=] [SHIFT] [OPTN]

**Problema 2**

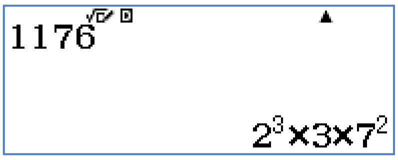
Quin és el menor nombre natural que al multiplicar-lo per 1176 s'obté un quadrat perfecte?. Quin és el quadrat perfecte?

Solució:

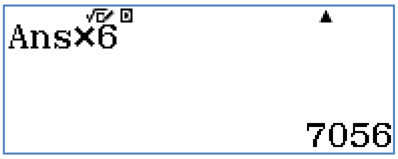
Introduïm el nombre 1176


Factoritzem el nombre:


Notem que hem de multiplicar el nombre per $2 \cdot 3 = 6$.


Hem de multiplicar per 6 i el quadrat perfecte és 7056.

**Problema 3**

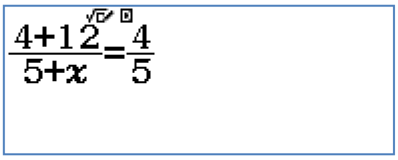
Donada la fracció $\frac{4}{5}$ sumem 12 al numerador. Què hem de sumar al denominador a fi que resulta la mateixa fracció inicial $\frac{4}{5}$.

Solució:

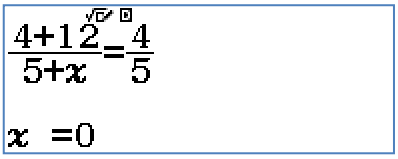
Siga $x =$ el nombre que sumem al denominador. $\frac{4+12}{5+x} = \frac{4}{5}$.

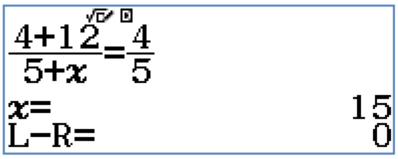
Resoldrem l'equació amb la calculadora.

Introduïm l'equació en la calculadora:




Resoldre l'equació amb la llavor $x = 0$.



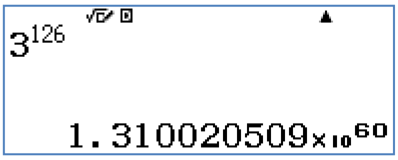

La solució és: $x = 15$.

**Problema 4**

Quina és la darrera xifra de $3^{126}$ (xifra d’unitats)?.

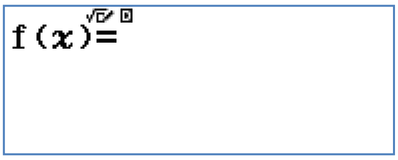
Solució:

Si efectuem l’operació amb la calculadora:

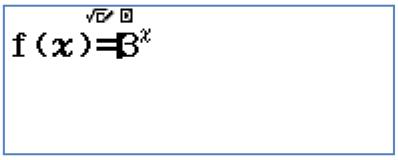



Ens dóna una aproximació del resultat però no puc veure la darrera xifra.

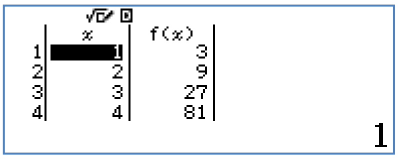
Utilitzem la taula de la funció $f(x) = 3^x$ amb valors naturals per veure si hi ha un patró amb els resultats.

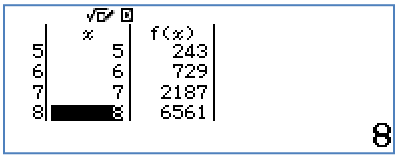



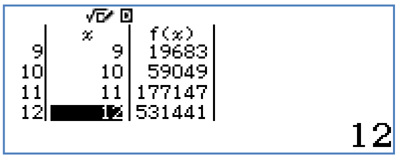








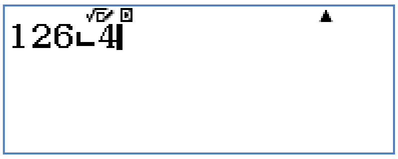



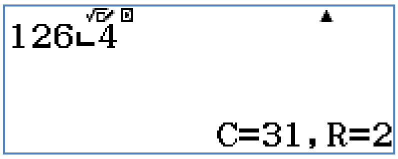

Notem que les darreres xifres de les potències segueixen la seqüència:

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1,.....

Es repeteixen de 4 en 4.

Determinem el residu de dividir $126 : 4$.




El residu és 2.

La darrera xifra de $3^{126}$ és la mateixa que $3^2 = 9$.

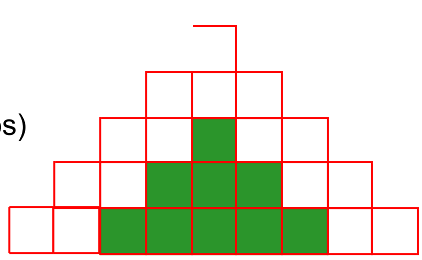
La darrera xifra de $3^{126}$ és 9.

**Problema 5**

Cleopatra construeix piràmides començant pel cim.

N'ha dibuixat una de 32 pisos (en la figura hi ha una de cinc pisos) acolorint de la forma que es veu començant pel tercer pis.

Quina és la diferència entre els quadrats verds i els blanc utilitzats.



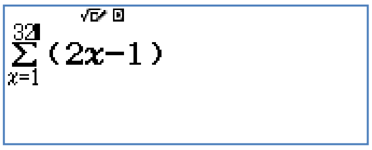
*Concurs de Primavera 2015. Nivell 3. Segona fase.*

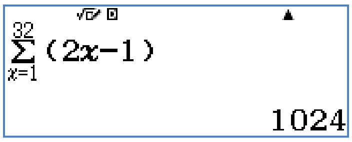
Solució:

La piràmide de 32 pisos té (entre blancs i verds)

$1+3+5+.....$ la suma dels 32 primers imparells.

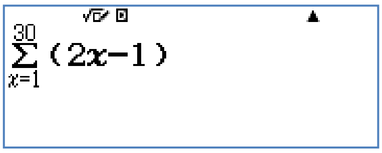
Utilitzant en la calculadora Casio 991 Classwiz, la funció de sumes finites:

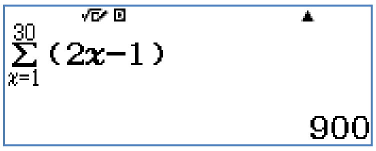




Hi ha 1024 quadrats blancs i verds.

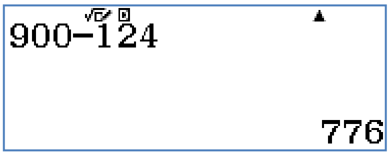
El nombre de quadrats verds és igual a la suma dels 30 primers imparells:


El nombre de quadrats verds és 900. El nombre de quadrats blancs és:


La diferència entre els quadrats verds i blancs és:

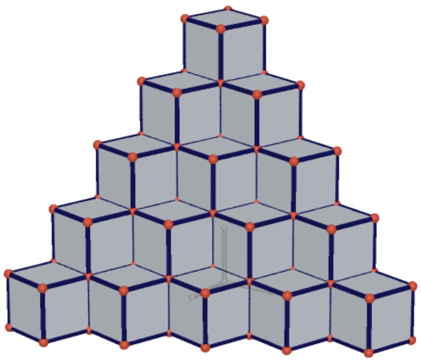



Nota: els quadrats blancs formen una successió constat de 31 termes:

4, 4, 4,

**Problema 6. Torre de cubs.**

Aquesta torre està feta amb 35 cubs i té 5 capes.
Quants cubs ens calen per construir una torre de 10 capes?.
Quants cubs ens calen per construir una torre de 100 capes?



Solució:
Començant per la capa superior:

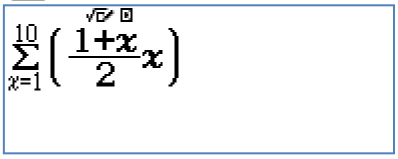
| Núm capa n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | n |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Núm. cubs en la capa n | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | |
| Total de cubs en la capa n | 1 | 4 | 10 | 20 | 35 | |

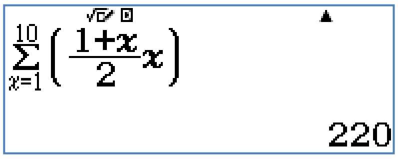
El nombre de cubs per capa segueix la successió de nombres triangulars:

El terme general és $\frac{1+n}{2}n$.

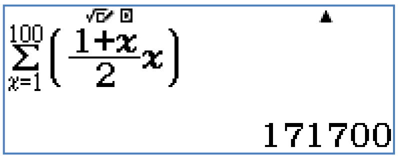
El total de cubs fins la capa $n = 10$ és igual a la suma dels cubs de les $n = 10$ capes:
Utilitzarem la funció de sumes finites.

SHIFT $x$ ▭ 1 + $x$ ▶ 2 ▶ $x$ ▶ 1 ▶ 1 0
=




Calen 220 cubs.
El total de cubs fins la capa $n = 100$ és igual a la suma dels cubs de les $n = 100$ capes:




Calen 171700 cubs.

**Problema 8**

En la següent distribució de nombres s’han disposat formant un escaire de fuster.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 |
| 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 |
| 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 | 56 | 60 |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | 77 | 84 | 91 | 98 | 105 |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | 72 | 80 | 88 | 96 | 104 | 112 | 120 |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 | 90 | 99 | 108 | 117 | 126 | 135 |
| 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 |
| 11 | 22 | 33 | 44 | 55 | 66 | 77 | 88 | 99 | 110 | 121 | 132 | 143 | 154 | 165 |
| 12 | 24 | 36 | 48 | 60 | 72 | 84 | 96 | 108 | 120 | 132 | 144 | 156 | 168 | 180 |
| 13 | 26 | 39 | 52 | 65 | 78 | 91 | 104 | 117 | 130 | 143 | 156 | 169 | 182 | 195 |
| 14 | 28 | 42 | 56 | 70 | 84 | 98 | 112 | 126 | 140 | 154 | 168 | 182 | 196 | 210 |
| 15 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 | 105 | 120 | 135 | 150 | 165 | 180 | 195 | 210 | 225 |

Considereu la suma dels nombres de cada escaire:

1

$2+4+2$

$3+6+9+6+3$

$4+8+12+16+12+8+4$

Amb ajut de la calculadora calculeu el valor de les sumes

Hi ha regularitat en aquestes sumes.

Solució:

Les primeres es poden fer directament amb calculadora

1

$2+4+2=8$

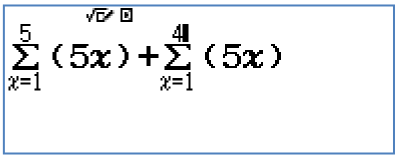
$3+6+9+6+3=27$

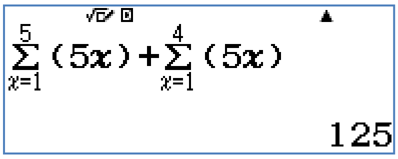
$4+8+12+16+12+8+4=64$

Les següents ja utilitzaríem la funció de sumes finites:

$5+10+15+20+25+20+15+10+5$.

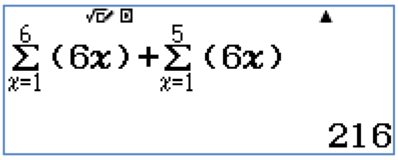
q[5[$1$5$+q[5[$1$4=





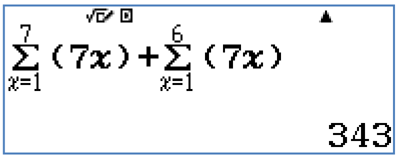

Aleshores, $5+10+15+20+25+20+15+10+5=125$ .

$6+12+18+24+30+36+30+24+18+12+6$




Aleshores, $6+12+18+24+30+36+30+24+18+12+6=216$ .

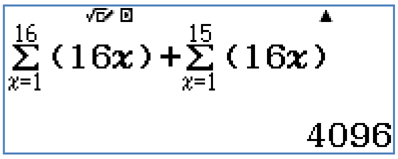
$7+14+21+28+35+42+49+42+35+28+21+14+7$




Aleshores, $7+14+21+28+35+42+49+42+35+28+21+14+7=343$ .

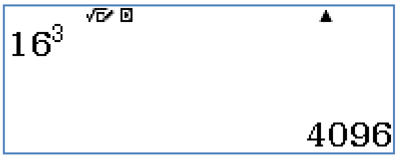
1, 8. 27, 64, 125, 216,....

L'escaire 16 que no es veuen els valors:




És la successió dels cubs perfectes.

$1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3, 6^3, \ldots\ldots\ldots.., n^3$




Solució analítica:

La suma n-èsima és:

$$n\cdot 1+n\cdot 2+\ldots\ldots..+n(n-1)+n\cdot n+n(n-1)+n(n-2)+\ldots\ldots+n\cdot 2+n\cdot 1=$$

$$=n(1+2+\ldots\ldots\ldots+n)+n(1+2+\ldots\ldots.+n-1)=$$

$$=n\cdot\frac{1+n}{2}n+n\frac{1+n-1}{2}(n-1)=$$

$$=n^2\left(\frac{1+n}{2}+\frac{n-1}{2}\right)=n^2\cdot n=n^3.$$

**Problema 8.**

Pere va escriure els primers 2015 naturals en una taula de $100 \times 100$, tal com es mostra a la figura. (a la figura, la taula no s'ompli completament)

Quin és l'últim nombre de la segona fila?

*KöMaL, K489.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | ... |
| 2 | 5 | 9 | 14 | 20 | | |
| 4 | 8 | 13 | 19 | | | |
| 7 | 12 | 18 | | | | |
| 11 | 17 | | | | | |
| 16 | | | | | | |
| ⋮ | | | | | | |

Solució:

Els termes de la primera fila són els nombres triangulars:

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, \ldots\ldots\ldots \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}_{n=1}^{\infty}.$$

La segona fila és la successió:

2, 5, 9, 14, 20, 27,....

Les diferències de dos termes consecutius és:

3, 4, 5, 6, 7,.....

La diferència de dos termes consecutius de les diferències és:

1, 1, 1, 1,....

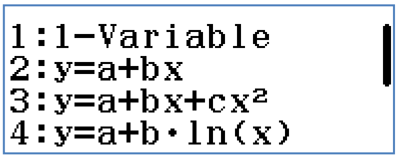
és una successió aritmètica de segon ordre.

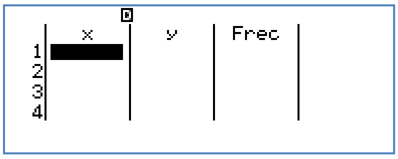
Vegem si la successió és un polinomi de segon grau.

Obrim el menú estadística de dues variables, regressió quadràtica:

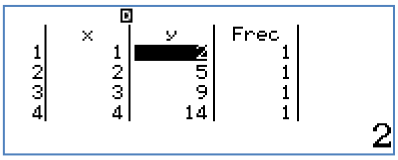
MENU 6

3



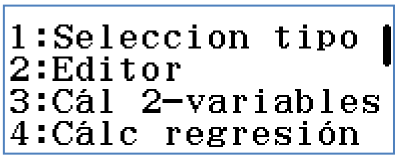



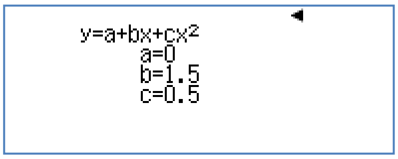

Introduïm les dades en la calculadora: en x els nombres naturals i en y els termes de la successió.



Obrim opcions **càlcul regressió**:_

[OPTN] [4]




El terme general de la successió és $\{0.5n^2+1.5n\}_{n=1}^{\infty}$

El darrer terme de la fila ha de ser menor o igual que 2015.

$\frac{n^2+3n}{2} \le 2015$ . Resolem l'equació:

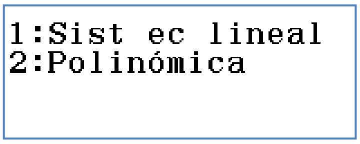
$\frac{n^2+3n}{2} = 2015$ . Simplificant-la:

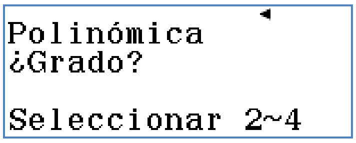
$n^2+3n-4030=0$ .

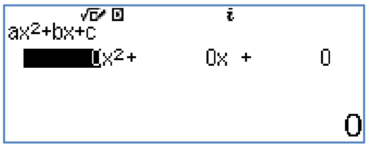
Obriu el menú equacions:

[MENU] [ALPHA] [(−)]

[2] [2]

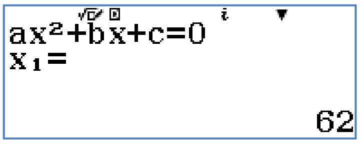


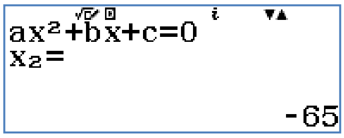




Introduïu els coeficients i resoleu:

[1] [=] [3] [=] [(−)] [4] [0] [3] [0] [=] [=] [=]




La solució és natural.

En la segona fila el lloc 62 és ocupat pel 2015.

**Nota**: El problema és de preparació per a l'olimpíada KöMaL, Hongria, gener 2016.

Problema *K489.* Nivell secundari.

**Problema 9**

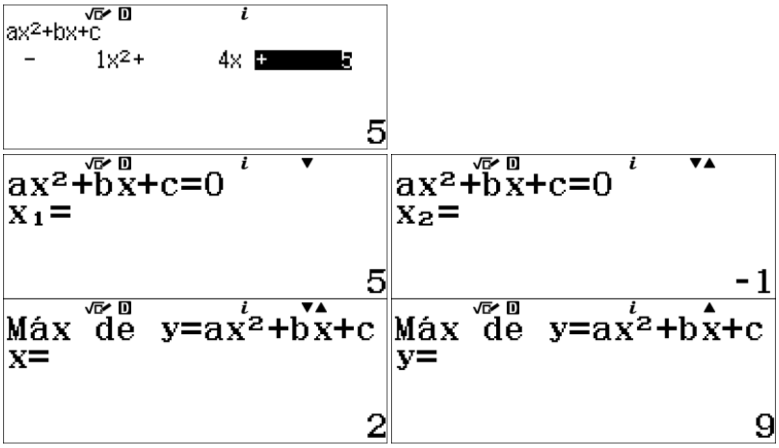
**Àrea d'una paràbola. Mètode d'Arquímedes.**

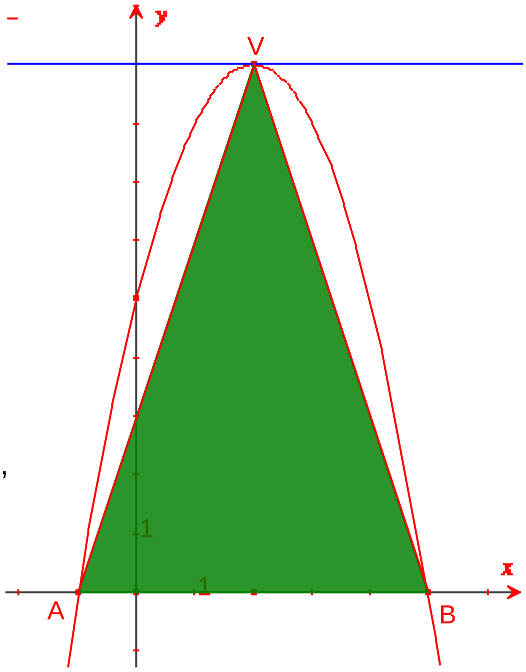
Determineu l'àrea afitada per la paràbola $y=-x^2+4x+5$ i l'eix d'abscisses.

Solució 1:

Calculem els punts de tall de la paràbola amb l'eix d'abscisses, resolent l'equació:

$-x^2+4x+5=0$.




Els punts de tall de la paràbola i l'eix d'abscisses són $(-1,0)$, $(5,0)$.

El vèrtex és $V(2,9)$.

Aplicant el mètode d'Arquímedes:

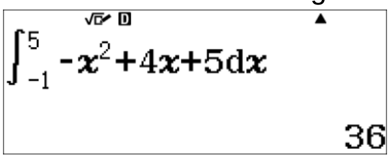
L'àrea de la paràbola és igual $S=\frac{4}{3}S_{ABV}=\frac{4}{3}\frac{1}{2}6\cdot 9=36$.

Solució 2:

L'àrea és igual a la següent integral definida:

$\int_{-1}^{5}\left(-x^2+4x+5\right)dx$.

Utilitzarem la funció integral definida de la calculadora:



**Problema 10. Problema d'optimització.**

Quines dimensions ha de tenir un cassó en forma de cilindre d'un litre de capacitat perquè la superfície total siga mínima. Calculeu la superfície mínima

Solució:

$1\text{litre} \equiv 1000\,\text{cm}^3$.

Siga r el radi del cilindre i h l'altura.

El volum del cilindre és:

$$V = \pi r^2 \cdot h.$$

$$\pi r^2 h = 1000.$$

$$h = \frac{1000}{\pi r^2} \qquad (1)$$

La superfície del cassó està formada per un cercle de radi r i un rectangle de base $2\pi r$ i altura h. Aleshores l'àrea total del cilindre és:

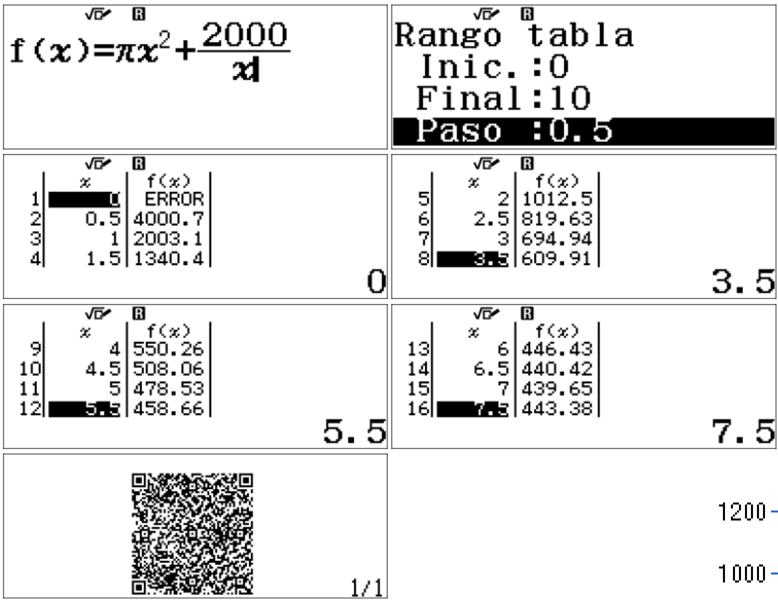
$$S(r,h) = \pi r^2 + 2\pi r h \qquad (2)$$

Substituint l'expressió (1) en l'expressió (2), la funció a optimitzar és:

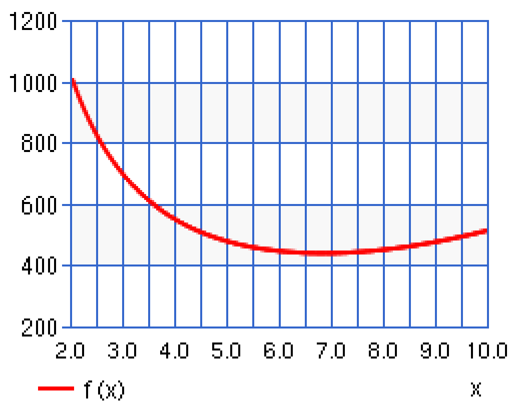
$$S(r) = \pi r^2 + 2\pi r \frac{1000}{\pi r^2},\ r > 0.$$

$$S(r) = \pi r^2 + \frac{2000}{r},\ r > 0.$$

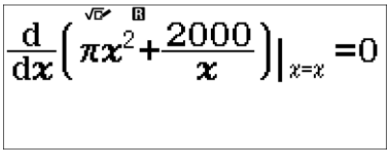
Representem gràficament la funció àrea:

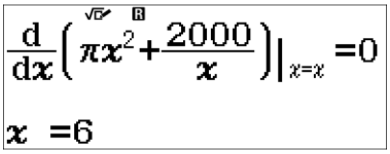


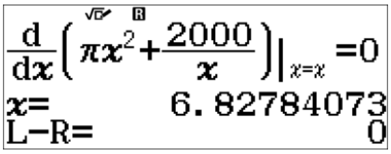

Per representar la funció utilitzarem la funció QR de la calculadora:



Resolem amb ajut de la calculadora $S'(r) = 0$ .

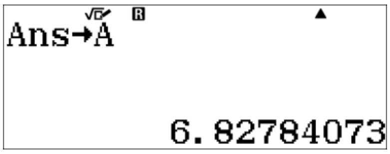


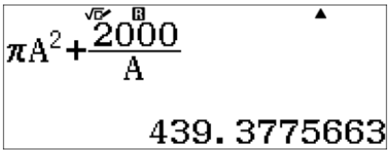




El mínim de l’àrea s’assoleix quan $x \approx 6.83$ cm

Guardem el valor del radi en la calculadora:




Calculem l’àrea mínima:




L’àrea mínima és:

$S(6.82784073) \approx 439.38 cm^2$ .

Notem que $\frac{r}{h} = 1$.

**Bibliografia:**

GÚSIEV, V. i altres, (1989). *Prácticas para resolver problemas matemáticos. Geometría.* Editorial Mir. Moscou.

SHARIGUIN, I.(1986). *Problemas de geometría. Planimetría*. Editorial Mir. Moscou.

AA.VV. (1998). *Matemáticas Recurrentes.* Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 13. Madrid.

HERNÁNDEZ GÓMEZ,J. DONAIRE MORENO,J.J. (2006). *Concurso intercentres de matemáticas*. Ed. Nivola. Madrid.

HERNÁNDEZ GÓMEZ,J. DONAIRE MORENO,J.J. (2007). *Desafíos de geometría 1.* Nivola. Madrid.

HERNÁNDEZ GÓMEZ,J. DONAIRE MORENO,J.J. (2008). *Desafíos de geometría 2*. Nivola. Madrid.

LIDSKI V. i altres. (1983) *Problemas de matemáticas elementales.* Ed Mir. Moscou.

COXETER, H.S.M. (1994). *Retorno a la geometría.* Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 1. Madrid.

Mathematical Association of America. (1996). *Concursos de matemáticas. Geometría*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 8. Madrid.

Mathematical Association of America. (1996). *Concursos de matemáticas. Algebra, Teoría de Números, Trigonometría*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 9 y 10. Madrid.

AA.VV. *Competencias Matemáticas en Estados unidos*. Ed. Euler. Col. La tortuga de Aquiles, 11. Madrid. 1996.

GARDINER, T. (1996). *Mathematical Challenge.* Ed Cambridge University Press.

GARDINER, T. (1997). *More Mathematical Challenges.* Ed Cambridge University Press.

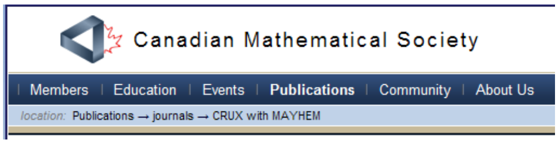
GARDINER, T. (2002). *Senior Mathematical Challenge.* Ed Cambridge University Press.

POSAMENTIER, A.S., SALKIND, C.T. (1988). *Challenging Problems in Geometry.*Dover Publications, inc. NY.

HALMOS, PAUL. (2000). *Problèmes pour mathématiciens petits et grands.* Ed. Cassini. París.

NELSEN, R.B. (2001) *Demostraciones sin palabras.* Ed. Proyecto Sur.

**Pàgines Web:**




http://cms.math.ca/crux/

Revista Crux Mathematicorum, Societat Canadenca de Matemàtiques.

Problemes Olímpics de tots els nivells. Publiquen 10 números a l'any.

Idioma: Anglés i francés.


http://www.komal.hu/info/bemutatkozas.e.shtml

Revista KöMaL. Societat Hongaresa de Física i Matemàtiques.

Problemes olímpics de tots els nivells. Publiquen 8 números a l'any.

Idioma: Anglés i magiar.


http://www.obm.org.br/opencms/

Pàgina de l'Olimpíada brasileira de matemàtica.

Informació sobre les proves. Revista de problemes EUREKA. Dos nivells de problemes.

Idioma: Portugués.

http://www.cangur.org/index.htm


Proves Cangur. Bases de la prova.

Són proves estatals i internacionals. La Societat Catalana de Matemàtiques té una pàgina amb els enunciats de distints anys. Aquesta prova també és celebra al País Valencià.

Nivells: quatre nivells·3r ESO, 4t ESO, 1r Bat., 2n Bat.

Idioma: Català.


http://www.semcv.org/

Societat d'Educació matemàtica Al-Khwarizmi.

Publica la revista Problemes Olímpics.

Nivells: 2n cicle primària, 1r cicle Eso, 2n Cicle Eso.

Idioma: Català.

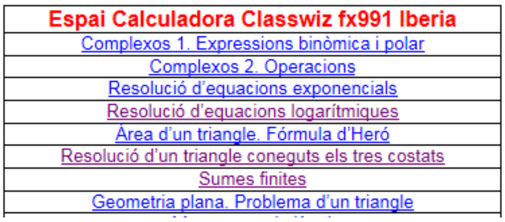

http://www.sociedadpuigadam.es/primavera/index_nuevo12.php

Concurso de Primavera de la societat. Universidad Complutense de Madrid.

Publica els enunciats de les fases primera i segona.

Publica els llibres (amb les solucions) dels problemes dels distints concursos que es fan a Madrid.

Nivells: 2n cicle primària, 1r cicle Eso, 2n Cicle Eso, Batxillerat.



| Espai Calculadora Classwiz fx991 Iberia |
|---|
| Complexos 1. Expressions binòmica i polar |
| Complexos 2. Operacions |
| Resolució d'equacions exponencials |
| Resolució d'equacions logarítmiques |
| Àrea d'un triangle. Fórmula d'Heró |
| Resolució d'un triangle coneguts els tres costats |
| Sumes finites |
| Geometria plana. Problema d'un triangle |

http://www.ricardpeiro.es/apunts/apunts.htm

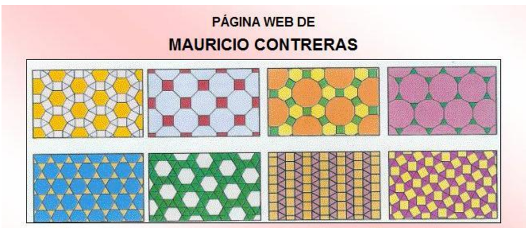
Fitxes d'utilització de la calculadora Casio 570/991 classwiz en format pdf.

http://www.edu-casio.es/calculadoras/calculadora-classwiz

Casio divisió educativa.

Descàrrega emulador. Recursos educatius. Revista CASIO NEWS.

Calculadores gràfiques i calculadores CAS.




http://www.semcv.org/mauriciocontreras/

Pàgina Web de Maurici Contreras.

Calculadors: CAS, GRÀFIQUES, CIENTÍFIQUES.