

FEM MATEMÀTIQUES 2009. SEGONA FASE. 25-IV-09

NIVELL 1. SISÈ D'EP

PROVA INDIVIDUAL

1.—Tres equips de futbol, A , B i C , participen en un torneig. El reglament estableix que cada equip ha de jugar un sol partit amb cadascun dels altres dos equips. A més a més, per animar els equips a marcar gols, s'atorguen 10 punts per cada partit guanyat, 5 punts per cada partit empatat i 1 punt per cada gol marcat.

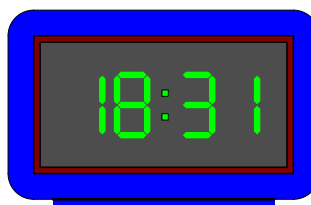
En acabar el torneig, l'equip A ha obtingut 25 punts, el B n'ha obtingut 9 i el C n'ha obtingut 8. Se sap que cada equip ha marcat almenys un gol en cada partit.

- Quants gols va marcar cada equip en el torneig?
- Quins van ser els resultats dels partits?

2.—Tenim dos rellotges digitals, A i B , que no són gaire bons. Sabem que el rellotge A avança 9 minuts cada hora i que el B n'avança 12, també cada hora. Al matí, en el mateix instant, els hem posat a l'hora correcta. En un moment de la tarda del mateix dia, marquen el que es veu a la figura.



A



B

- Quant de temps ha passat des que es van posar a l'hora?
- Quina és l'hora real en aquest moment de la tarda?

3.—Una professora vol repartir una col·lecció de còmics entre els escolars que participaran en una activitat de matemàtiques. Ha calculat que pot donar 12 còmics a cadascú, sense que en sobri cap. Quan està a punt de fer el repartiment veu que s’hi han apuntat 7 escolars més, però, sortosament, encara pot repartir els còmics de forma exacta si en dóna només 9 per persona.

- a) Quants alumnes havien de participar inicialment a l’activitat?
- b) Quants còmics s’havien de repartir?

4.—A l’operació següent, substituïu les lletres per xifres de l’1 al 9 de manera que el resultat sigui correcte.

La substitució s’ha de fer de forma que lletres diferents corresponguin a xifres diferents i lletres iguals a xifres iguals.

$$\begin{array}{r}
 A \quad B \quad C \quad D \quad E \\
 \times \quad 4 \\
 \hline
 E \quad D \quad C \quad B \quad A
 \end{array}$$

- a) Quina és la primera lletra que heu intentat substituir? Quins valors heu provat i per quina raó?
- b) Expliqueu el procés que heu seguit per anar calculant el valor de cadascuna de les lletres.

FEM MATEMÀTIQUES 2009. SEGONA FASE. 25-IV-09

NIVELL 2. PRIMER D'ESO

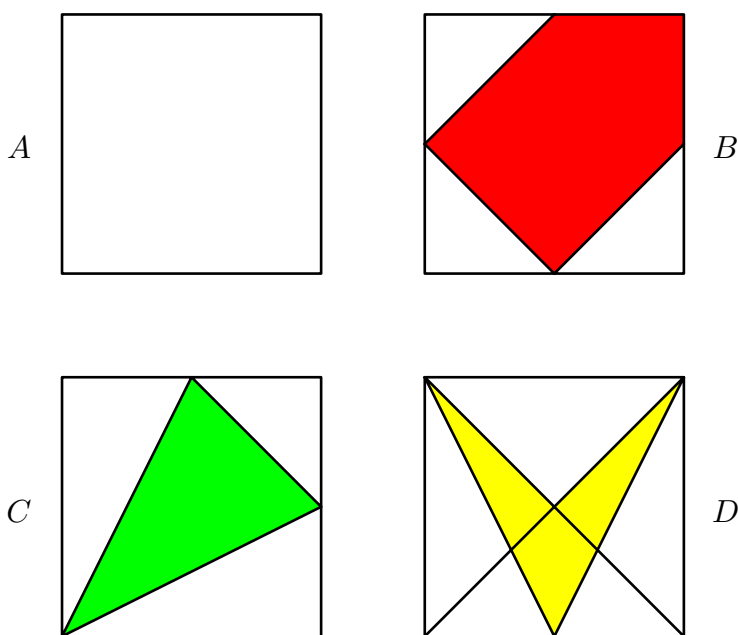
PROVA INDIVIDUAL

1.–Les *fraccions unitàries* són aquelles que tenen numerador 1 i denominador un nombre natural. Els matemàtics de l'antic Egipte afirmaven que tota fracció pròpia (amb numerador més petit que el denominador) es podia obtenir com a suma de fraccions unitàries amb denominadors diferents. Per exemple: $\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ seria una descomposició vàlida mentre que $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ no ho seria.

a) Escriviu les fraccions $\frac{4}{9}$ i $\frac{5}{6}$ com a suma de fraccions unitàries.

b) Escriviu les fraccions $\frac{17}{18}$ i $\frac{13}{20}$ com a suma de fraccions unitàries.

2.–El quadrat *A* té àrea 1 dm^2 . ¿Quina àrea té, expressada en dm^2 , la part pintada de color dels quadrats *B*, *C* i *D*?



3.—Quatre amigues, l'Anna, la Berta, la Carme i la Dèlia, van participar en un festival de cant. Van interpretar totes les cançons fent trios. Mai no van cantar les quatre alhora. Qui va cantar més cançons va ser la Carme, que en va cantar 8. Qui va cantar menys cançons va ser l'Anna, que en va cantar 5.

a) Quantes cançons van interpretar en total?

b) Quantes cançons va interpretar cada trio?

4.—S'anomenen *múltiples sincers* d'un nombre els múltiples (d'aquest nombre) tals que la suma de les seves xifres és aquest nombre. Per exemple, el 511 és múltiple sincer de 7 perquè

$$511 = 7 \cdot 73 \quad \text{i} \quad 5 + 1 + 1 = 7.$$

Trobeu tots els nombres de 3 xifres que són múltiples sincers de 12.

FEM MATEMÀTIQUES 2009. SEGONA FASE. 25-IV-09

NIVELL 3. SEGON D'ESO

PROVA INDIVIDUAL

1.–Els nombres naturals a partir del 2 estan posats en cinc columnes com es veu a la figura següent. A quina columna quedarà el 54? I el 2009?

	2	3	4	5
9	8	7	6	
	10	11	12	13
17	16	15	14	

2.–Una calculadora té una tecla que permet calcular la mitjana dels nombres que s'hi introdueixen. A partir del moment que es prem aquesta tecla apareixen successivament a la pantalla les mitjanes dels nombres que es van introduint des d'aleshores. Per exemple, si s'hi introdueixen els nombres 4, 11, 6, 14 en aquest ordre, la pantalla mostra succesivament: 4, 7.5, 7 i 8.75 que són els resultats de les mitjanes:

$$\frac{4}{1}, \quad \frac{4+11}{2}, \quad \frac{4+11+6}{3}, \quad \frac{4+11+6+14}{4}.$$

Una persona que vol calcular la mitjana dels nombres 69, 72, 82, 87 i 90 ha anat introduint-los a la calculadora en un cert ordre però s'ha adonat que, per casualitat, totes les mitjanes que li apareixien a la pantalla eren enteres, és a dir, sense decimals.

- Quin ha estat l'últim nombre que hi ha introduït?
- Quin és el tercer nombre que hi ha introduït ? I el quart?

3.—El 98% dels peixos que hi ha en un estany són vermells, i els altres són blaus. Volem reduir aquesta proporció al 97%, traient-ne només de vermells. Si actualment a l'estany hi ha en total 300 peixos, quants peixos vermells haurem de treure?

4.—Les figures següents són polígons que tenen una part pintada al seu interior. Digueu, en cada cas, quina fracció de l'àrea total representa la part pintada. Expliqueu com ho heu calculat.

