Problemes 1a fase

2n d'ESO (Nivell 3)

FEM MATEMÀTIQUES 2014

1. Triangle i trianglets

Segur que més d'una vegada has jugat a creuar figures geomètriques entre elles per a fer dibuixos i entretenir-te. Un polígon molt fàcil d'usar per a fer això és el triangle equilàter, que combinat amb un altre d'invertit genera el que s'anomena una estrella de 6 puntes, tal com pots veure a la imatge sota aquestes línies.

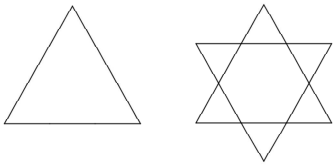

Figura 1

Això també es pot interpretar que s'ha fet dividint cadascun dels costats en tres parts iguals i substituint la part central per dos segments iguals a aquesta, formant un triangle equilàter més petit sobre cadascun dels costats del triangle inicial, com es mostra a la figura 2.

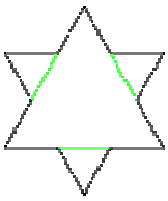

Figura 2

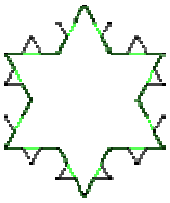

Figura 3

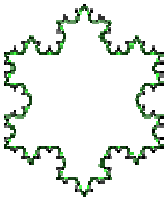

Figura 4

Si tornem a fer el procés per a cada segment del polígon anterior obtindrem la imatge de la figura 3.

I si aquest procés el fem 3 vegades arribem a la figura 4.

Això ho podem fer tants cops com vulguem.

Si el triangle inicial té un àrea de 9 cm²

1. Calcula l'àrea de la figura 2.
2. Troba l'àrea del polígon resultant després de fer el procés 2 vegades (figura 3).
3. Quina serà l'àrea si apliquem aquest procés tres cops? (figura 4)
4. Sabries aproximar-te al valor de l'àrea que resultaria si apliquéssim el procés moltíssimes vegades?

2. Producte d'imatges

La propietat commutativa ens diu que si en un producte de dos nombres invertim l'ordre dels factors el resultats roman inalterat. Per exemple:

$$7 \times 8 = 8 \times 7$$

Això és manté per nombres de dues xifres o més. Per exemple:

$$45 \times 37 = 37 \times 45$$

Ara, si en comptes d'invertir l'ordre dels dos nombres invertim el del conjunt de totes les xifres, com si les veiéssim en un mirall, es manté aquesta igualtat?

Per nombres d'una xifra sí, és clar:

$$7 \times 8 = 8 \times 7$$

Però, i si ho fem amb nombres de dues xifres?

$$45 \times 37 \neq 73 \times 54$$

La resposta és no.

$$1665 \neq 3942$$

O almenys no sempre. Hi ha parelles de nombres de dues xifres amb les quals això sí que és així, com per exemple el 34 i el 86. En aquest cas, el producte de dos nombres de dues xifres és el mateix que el producte de les seves imatges al mirall.

$$34 \times 86 = 68 \times 43$$

$$2924 = 2924$$

a. Troba parelles de productes d'imatges en què el producte de dos nombres de dues xifres sigui el mateixa que el producte de les seves imatges al mirall.

b. Basant-te en les parelles descobertes, cerca un mètode eficient per trobar parelles que compleixin aquesta propietat.

c. Creus que se'n pot trobar alguna amb nombres de tres xifres? I de més de tres?

d. Busca la parella de nombres que, aplicant el producte d'imatges al mirall, doni com a resultat el producte més gran possible.

3. Memoritzem o deduïm?

En aquest exercici hem d'aprendre a deduir per poder memoritzar. El quadre que teniu a continuació conté dos números a cada casella: el de dalt, de dues xifres, determina la seqüència de nou xifres que hi ha a sota.

a) Sabent les dues primeres xifres del número de sota podríeu dir les altres set?
b) Sou capaços de trobar com es relacionen la seqüència de sota i el número de dalt?
c) El mètode pot semblar diferent per les caselles amb els nombres 95 i 19. Argumenta el perquè.
d) Completa les dues últimes files del quadre.
e) Què faries per memoritzar el nombre de 9 xifres resultant del 99?

23 437077415	72 381909987	18 921347189	22 336954932	4 516730336	38 943707741	16 729101123
2 314594370	45 651673033	30 145943707	34 549325729	25 639213471	6 718976392	15 628088640
61 279651673	95 707741561	46 752796516	3 415617853	1 213471897	19 33695493	17 820224606
29	21	5	44	11	8	41
32	24	49	20	42	96	27