

Problemes 1a fase

1r d'ESO (Nivell 2)



1. Enrajolem

He d'enrajolar la meua habitació, que fa 6 metres de llargada i 4 d'amplada. Per fer-ho, he buscat rajoles ben variades: vull fer un mosaic! He trobat rajoles octogonals, hexagonals, quadrades i triangulars. Són totes regulars: tenen tots els costats iguals. A més a més, tots els costats de totes les rajoles són de la mateixa mida: fan 10 centímetres.

- a) Totes les rajoles tindran la mateixa superfície?
- b) Quin o quins tipus de rajoles puc utilitzar sense tallar-ne cap?

Suposant que puc tallar les rajoles que toquen a les vores,

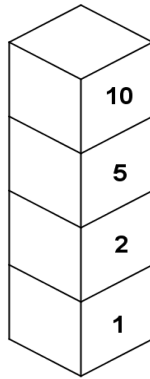
- c) Podré enrajolar l'habitació fent servir alhora rajoles de totes les formes que he trobat?
- d) Si vull que no tota l'habitació sigui un sol mosaic, sinó que el terra contingui sis dibuixos iguals, quines combinacions de rajoles puc fer?
- e) Quantes rajoles de cada tipus necessitaré perquè hi hagi la màxima varietat possible?

2. L'alçada de la torre

En un joc cal fer torres amb peces cúbiques que tenen cadascuna un número. Cada torre es construeix amb els divisors del número que hi ha a la part superior (tots i sense deixar-se'n cap).

Vegeu-ne un exemple:

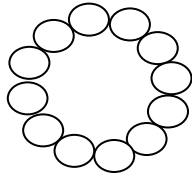
La torre coronada pel número 10 té 4 pisos



- Investigueu una mica i construïu les torres dels nombres entre 20 i 30.
- Quins nombres estan al capdamunt de les torres de dos pisos?
- Quins són els nombres que coronen les de tres pisos? Digueu també tres números que coronin una torre de tres pisos. Trobeu-ne un de 4 xifres.
- Creus que hi haurà números que tinguin la torre de 5 pisos? Com hauran de ser aquests números? Trobeu-ne un de 5 xifres.
- Quin número menor de 100 corona la torre més alta? De quants pisos és? Expliqueu clarament el procés que seguïu fins a trobar-lo.
- Creieu que hi haurà torres de totes les alçades? Expliqueu la vostra resposta.

3. El cercle de monedes

Tenim 12 monedes que col·loquem formant un cercle



El joc consisteix a anar retirant monedes fins que no en quedi cap. Hi participen dos jugadors, i cadascun pot treure successivament una o dues monedes. Guanya qui tregui l'última moneda (o les últimes monedes).

- Quin és el nombre mínim de jugades que té el joc? I el màxim?
- Qui pot establir una estratègia per a guanyar sempre? Com?
- Quin és el nombre mínim de monedes que cal afegir per que guanyi l'altre jugador?
- Qui pot guanyar sempre si el joc es comença amb 15 monedes? I amb 22?
- Quines quantitats de monedes permeten que pugui guanyar sempre el jugador 1?

Afegim una variació a les regles del joc: Si un jugador treu dues monedes en una jugada, les seves posicions han de ser consecutives; o sigui, han d'estar juntes i no hi pot haver cap espai entremig.

- T'atreviries a trobar una estratègia guanyadora per a un dels dos adversaris?