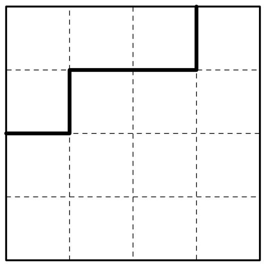
Problemes 1a fase

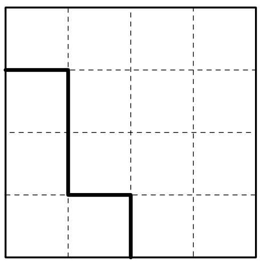
6è d'EP (Nivell 1)

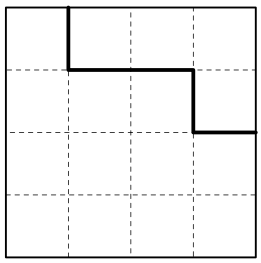
1. Tallem la quadrícula

Tenim una quadrícula 4×4 i volem fer-ne dos trossos, retallant-la seguint les línies de la quadrícula. La figura següent mostra una manera de fer-ho.



Aquestes altres maneres de retallar la figura hem d'entendre que són iguals a l'anterior perquè la primera s'obté girant-la i la segona és la simètrica





a) Si volem que els dos trossos de la quadrícula siguin iguals, és a dir, que tinguin la mateixa àrea i la mateixa forma (dit d'una altra manera, que es puguin superposar), de quantes maneres ho podem fer?

b) Ara volem tallar la quadrícula en dos trossos que tinguin la mateixa àrea però no la mateixa forma. Busqueu, com a mínim, 5 maneres diferents de fer-ho.

c) Si la quadrícula fos 5×5 podríem dividir-la en dos trossos de la mateixa àrea? Per què?

d) Busqueu, com a mínim, 5 maneres de dividir una quadrícula 6×6 en dos trossos iguals (que es puguin superposar).

2. Restar i restar

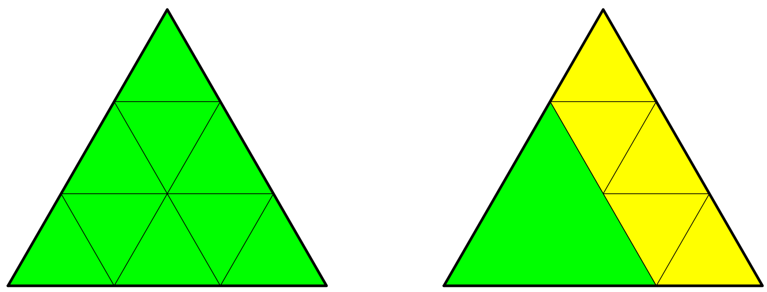
a) Hem escrit en una pissarra tots els nombres naturals de l'1 al 20. Triem dos qualssevol d'aquests nombres i restem el petit del gran. Esborrem els dos nombres i apuntem a la pissarra el resultat de la resta només si aquest és un nombre que no està escrit en la pissarra. És a dir, no hi ha d'haver mai un nombre repetit a la pissarra.
Per exemple, si inicialment triem el 18 i el 13, esborrarem el 18 i el 13 però no apuntarem el 5, resultat de la resta, perquè ja el tenim a la pissarra. Si a continuació considerem el 20 i el 7, esborrarem el 20 i el 7 però apuntarem el 13, resultat de la resta, perquè no hi era. Repetim aquest procés fins que a la pissarra només quedi escrit un únic nombre.

Quins nombres poden ser el resultat final que quedi escrit a la pissarra? Quin és el nombre mínim de restes que s'han de fer per obtenir-los? Expliqueu ben bé, si s'escau, quin o quins dels nombres inicials no poden ser l'únic que quedi escrit al final

b) Ara canviem les regles del joc: esborrem els dos nombres que es resten i afegim a la llista el resultat, però ho fem tant si ja està escrit a la pissarra com si no ho està. Si el resultat de la resta és 0, no l'anotem.
Amb aquestes noves regles, contesteu allò que es pregunta a l'apartat anterior tant en el cas que a la pissarra tinguéssim inicialment escrits tots els nombres naturals de l'1 al 20 i també en el cas que els nombres inicials fossin de l'1 al 25.

3. Mosaics equilàters

Un triangle equilàter de costat 3 unitats es pot dividir en nou triangles equilàters de costat 1, tal com podeu veure a la figura



o en cinc triangles de costat 1 i un de costat 2

a) Pensant només en triangles equilàters que tinguin la longitud del costat un nombre enter d'unitats, de quantes maneres podem dividir un triangle equilàter de costat 4 unitats?

Dues descomposicions es consideren iguals si estan formades pel mateix nombre de triangles.

b) Quin és el **menor** nombre de triangles equilàters en què podem dividir un triangle equilàter que tingui per costat un nombre parell d'unitats? Quina longitud té el costat d'un d'aquests triangles?

Expliqueu ben bé la vostra resposta.

c) Quin és el **menor** nombre de triangles equilàters amb què podem dividir un triangle equilàter que tingui costat 5 unitats? I un de costat 9 unitats?

d) Ara us proposem de tallar un triangle equilàter de costat 5 unitats en 6 triangles (no necessàriament equilàters) de manera que amb aquestes 6 peces pogueu formar dos triangles equilàters de costats 4 i 3 respectivament.

feemcat
Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya

ABEAM
ASSOCIACIÓ DE BARCELONA PER A L'ESTUDI I L'APRENENTATGE DE LES MATEMÀTIQUES

Material complementari per al problema 3