

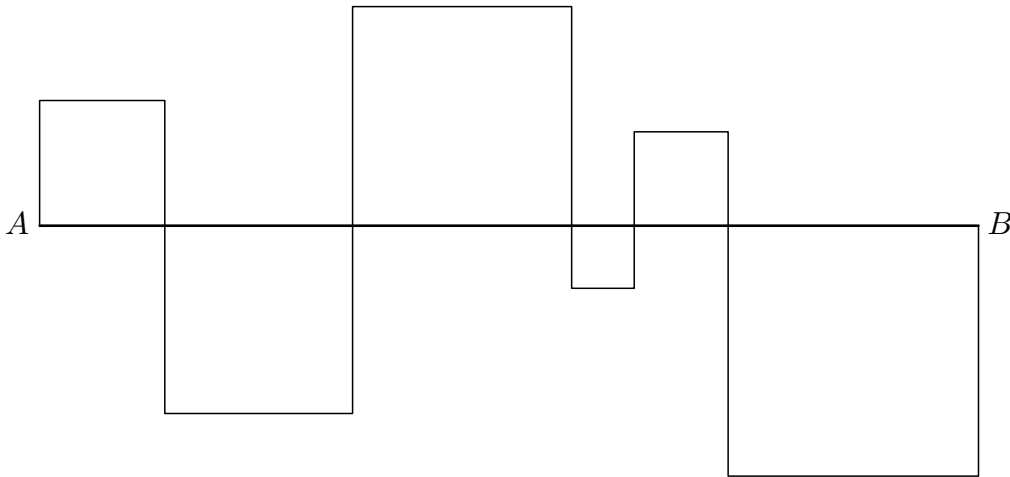
# Problemes 1a fase

## 6è d'EP (Nivell 1)



### 1. Polígons sobre un segment.

Dibuixem un segment  $AB$  de 24 cm de longitud i una línia poligonal que determina, juntament amb el segment, 6 quadrats tal com es pot veure a la figura.



- Quina serà la suma dels perímetres de tots els quadrats?
- Si variem el nombre de quadrats, però mantenim el mateix segment, el perímetre total variarà o serà el mateix? Expliqueu per què.
- Si fem el segment el doble de llarg, i com abans construïm una línia poligonal que determini 12 quadrats, tots ells diferents, què passarà amb el perímetre total?
- Ara construïm sobre un altre segment de longitud 20 cm una línia poligonal que determina, juntament amb el segment, 8 triangles equilàters. Quina serà la suma dels perímetres de tots els triangles?
- Dibuixeu dues línies poligonals més, a partir de dos segments inicials de la longitud que vulgueu, que determinin altres polígons regulars (com abans, han de ser sempre el mateix tipus de polígon) i calculeu el perímetre total a partir de la longitud del segment. En general, quina relació heu trobat entre el perímetre total i la longitud del segment?

## 2. El restaurant d'un país exòtic.

Dos amics estan de vacances en un país del qual desconeixen l'idioma. El primer dia dinen en un restaurant que té, a la seva carta, una llista amb sis plats, i demanen, l'un el primer plat de la llista, i l'altre el segon. El cambrer els porta els dos plats junts i els deixa sobre la taula i per tant no saben quin és, dels dos, el primer plat de la llista i quin el segon.

Com que els ha agradat el que han menjat, decideixen seguir anant al mateix restaurant i alhora es proposen d'esbrinar quin plat correspon a cada lloc de la llista.

Suposant que els amics sempre seuen plegats i que el cambrer sempre serveix junts tots els plats de la comanda, i que cadascun dels amics només demana un plat per dinar:

a) Expliqueu raonadament quin és el nombre mínim d'àpats que necessiten fer al restaurant aquest dos amics, que sempre mengen junts, per esbrinar els plats que corresponen a cada un dels sis llocs de la llista. Mostreu alguna de les formes en que poden fer les comandes.

b) Si en lloc de dos fossin tres els amics, quin és el nombre mínim d'àpats que necessiten fer, per esbrinar els plats que corresponen a cada un dels sis llocs de la llista? Mostreu alguna de les formes en que poden fer les comandes. Tingueu present que els plats que demanin un dia no han de ser necessàriament tots tres diferents.

c) Amb les condicions de l'apartat anterior, quin és el mínim nombre d'amics que ha de tenir el grup per aconseguir-ho fent només dos àpats? I per aconseguir-ho anant-hi només una vegada? Mostreu alguna de les formes en que poden fer les comandes.

### 3. El joc de les targetes.

Donat un nombre, si sumen les seves xifres i una altra vegada les xifres del nombre que hem obtingut fent la suma, i així successivament, s'obté finalment un nombre entre 1 i 9 que s'anomena el *reduït* del nombre original. Així, el reduït del nombre 84538687 és 4 perquè:

$$8 + 4 + 5 + 3 + 8 + 6 + 8 + 7 = 49 \rightarrow 4 + 9 = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4$$

Hi ha un passatemps que es basa en l'obtenció del reduït d'un nombre. Els materials són targetes que per una cara tenen marcat un número de l'1 al 4 i per l'altra, que anomenarem *creu*, tenen marcat un número del 5 al 8, combinats de manera que la cara i la creu d'una mateixa fitxa sempre sumen 9, com s'indica a la figura següent

cara	1	2	3	4
creu	8	7	6	5

El jugador té 8 fitxes sobre la taula, per exemple:

8	4	5	3	8	6	8	7
---	---	---	---	---	---	---	---

S'intenta transformar aquest nombre en un altre que tingui un reduït determinat, per exemple el 2, girant la quantitat mínima de targetes possible.

En aquest cas, es pot aconseguir girant només dues targetes, la del 4 que passa a la seva creu 5 i la del 6 que passa a la seva cara 3. El nombre 84538687 es transforma en 85538387 i aquest té reduït 2, ja que

$$8 + 5 + 5 + 3 + 8 + 3 + 8 + 7 = 47 \rightarrow 4 + 7 = 11 \rightarrow 1 + 1 = 2.$$

a) A partir del nombre inicial 84538687, gireu la quantitat mínima possible de fitxes per tal d'aconseguir un nombre que tingui per reduït el 6.

b) Feu el mateix amb el nombre 17455137, per tal d'aconseguir un nombre que tingui per reduït el 2.

c) Feu el mateix amb el nombre 78857887, per tal d'aconseguir un nombre que tingui per reduït el 9

d) De vegades l'única manera d'aconseguir un determinat reduït a partir d'un nombre inicial és girar les 8 targetes.

Trobeu un nombre inicial de reduït 2, tal que per obtenir-ne un altre de reduït 7 l'única manera sigui girar totes les targetes.

Trobeu més nombres per als quals hi hagi un reduït que només es pugui aconseguir girant les 8 targetes.

e) I tot el contrari: trobeu un nombre de 8 xifres a partir del qual es pugui aconseguir qualsevol reduït girant només una targeta.

f) No sempre és possible transformar un nombre inicial de 8 xifres en un altre que tingui un reduït determinat per moltes targetes que es girin. Mostreu algun exemple d'aquest fet.

