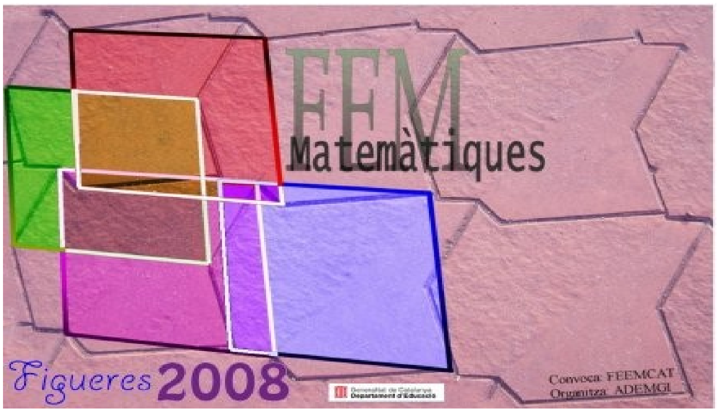


Problemes de la 1ª fase
Segon ESO

Triangles numèrics

Hi ha dos professors de matemàtiques d'un institut de Catalunya que sempre expliquen una investigació numèrica que van fer quan ells eren estudiants.

Es van preguntar si es poden formar triangles amb números consecutius, començant per l'1, de manera que cada número que està per sota la fila superior representa la diferència entre el nombre més gran i el més petit que estan directament per sobre d'ell.

Per exemple:

Un model d'ordre 2 seria:

3 2
1

Un model d'ordre 3:

6 2 5
4 3
1

Les conclusions dels dos amics matemàtics van ser:

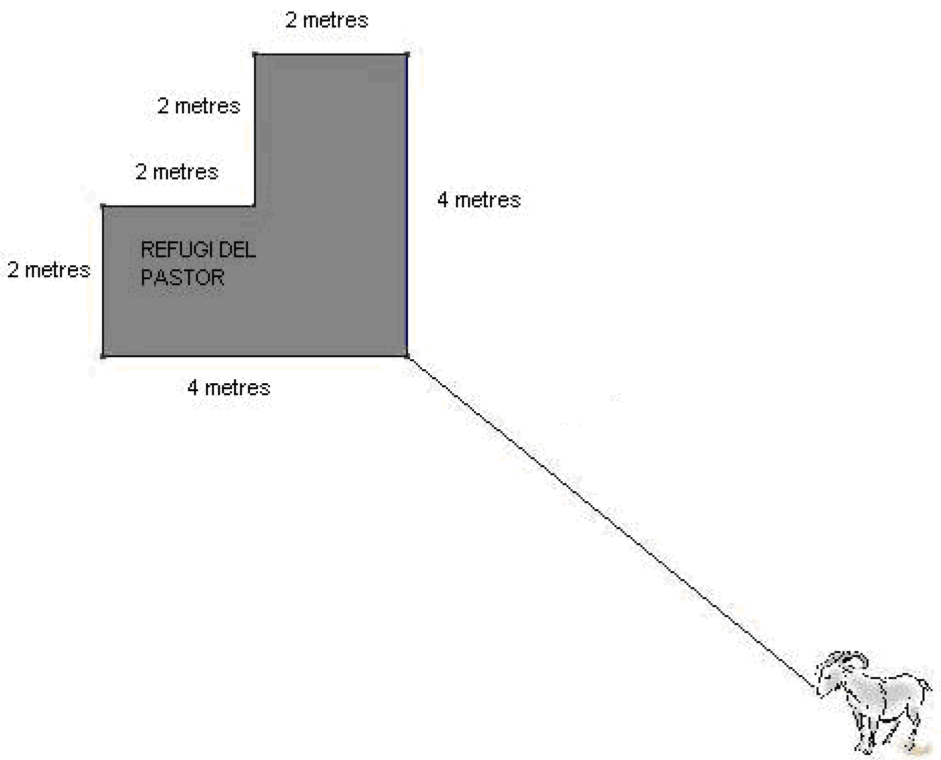
- Existeixen dos triangles d'ordre 2, amb aquestes característiques.
- D'ordre 3 n'hi ha quatre de diferents.
- D'ordre 4 també n'hi ha quatre.
- D'ordre 5 només n'hi ha un.
- Els d'ordre superior a cinc no existeixen.

També van observar que com més gran és l'ordre més difícil és trobar els triangles buscats. De fet el d'ordre 5 és molt complicat!

El repte que us proposem és trobar aquests 11 triangles diferència tan especials!

La cabra i la corda

Una cabra està lligada amb una corda en un extrem del refugi del seu pastor. Al seu voltant té la zona de pastura per alimentar-se.



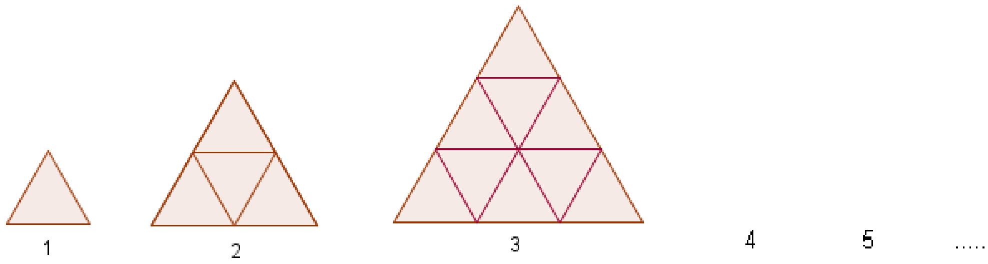
a) Feu un estudi que expliqui quina és la mida mínima que ha de tenir la corda per tal que li permeti a la cabra menjar l'herba de tot voltant del refugi (arran de paret).

b) I per tal que pugui menjar l'herba de tot voltant del refugi però que està fins a 1 metre de la paret? Dibuixeu i pinteu aquesta regió.

c) Suposeu ara que la pastura és dins de la zona ombrejada i que la cabra està lligada en el mateix vèrtex que mostra el dibuix però que està tancada a la part de dins. Quina ha de ser la longitud de la corda perquè es pugui menjar exactament una quarta part de l'herba del tancat?

Graelles de triangles equilàters

A la figura podeu veure les tres primeres graelles triangulars formades per triangles equilàters iguals. Numerem aquestes graelles segons el nombre de triangles que tenen a la base. Segur que podeu imaginar moltes més graelles ....



A la primera graella només s'hi pot veure un triangle.

A la segona, se'n veuen més (n'hi ha més de quatre).

Observeu que alguns triangles miren cap amunt $\wedge$ i d'altres miren cap avall $\vee$, també la mida dels triangles que es veuen pot ser diferent.

a) Dibuixeu les 5 primeres graelles

b) Compteu els triangles que es poden veure a cadascuna de les graelles que heu dibuixat. Hauríeu de trobar alguna estratègia per no deixar-vos-en cap.

c) Organitzeu els càlculs anteriors en una taula, a cada columna hi podeu posar el nombre de triangles que es poden veure, segons la seva grandària i segons si miren cap a munt o cap avall.

d) Quants triangles es podrien veure en la graella que té 10 triangles petits a la base?

e) Sabríeu explicar una manera fàcil per calcular tots els triangles que es podrien veure en la graella 100?

f) I si en tingués un número gran n?