

FEM MATEMÀTIQUES 1995

PROBLEMA 1

No fa gaire temps que s'ha acabat el Ral·li Granada-Dakar. Com que hi participaven corredors catalans, ens ha estat fàcil conèixer directament algunes aventures del viatge. Entre aquestes aventures n'hi ha una de força curiosa. És la següent:

Un dels equips participants s'estava preparant per recórrer un camí que en el seu mapa (escala 1:450.000) tenia una longitud de 926 mil·límetres i si volien seguir mantenint el seu lloc els calia fer-lo amb un temps màxim de 2h 46m 49s. Abans d'iniciar l'aventura els calia tenir una idea clara de la velocitat mitjana del recorregut per anar-s'hi adaptant durant tota l'etapa. Quan es disposaven a fer els càlculs amb la seva calculadora van observar que les tecles del 9, del 6 i del 0 no funcionaven, s'hi havia posat sorra del desert i les havia inutilitzades. Ràpidament van comprovar que a la pantalla es veiessin tots els números, encara que aquestes tecles no funcionessin. En observar que era així i coneixent com coneixien el sistema de numeració i el significat de les operacions els va ser molt fàcil calcular, amb la seva calculadora espatllada, la velocitat en quilòmetres per hora.

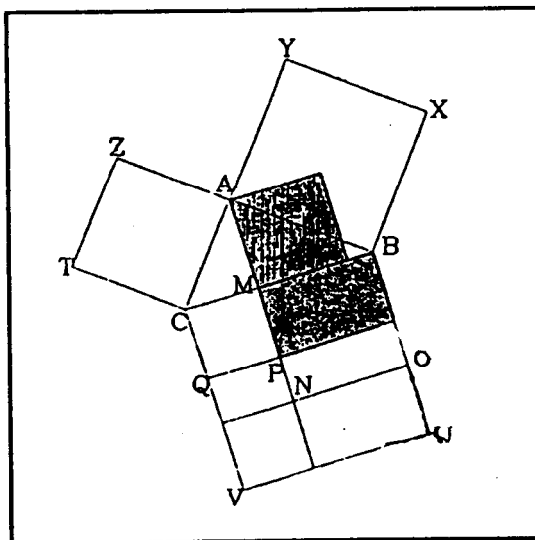
Cal dir que aquest equip, aquest dia, ni es va perdre ni se li va trencar cap peça ni aparell del cotxe, i gràcies als seus càlculs va poder aconseguir arribar en el temps que s'havia proposat.

Ara cal que expliqueu com han fet les comprovacions i els càlculs els dos participants del ral·li per arribar a saber la velocitat mitjana que els calia portar. A més, podríeu imaginar una altra situació on s'haguessin de fer càlculs amb una calculadora que tingués alguna tecla espatllada (vosaltres heu de dir quines tecles i quins càlculs) i explicar com ho faríeu.

PROBLEMA 2

A la figura següent, ABC és un triangle rectangle i el segment AM és l'altura sobre la hipotenusa. Es quadrats $CVUB$, $ABXY$ i $AZTC$ són, respectivament, els quadrats sobre la hipotenusa i sobre els dos catets; també són quadrats $MCQP$ i $MNOB$.

Hi hem ombrejat dues zones: una quadrada, que és el quadrat de l'altura i una altra rectangular:



Es tracta que mostreu que, independentment de les mides concretes d'aquesta figura, les àrees de les dues zones ombrejades són exactament iguals.

PROBLEMA 3

La propera edició del campionat Interplanetari de Mountain-Bike se celebrarà en un circuit, que hem de marcar, per les zones de boscos de Montmany, Els Tremolencs i el Sot del Bac. El reglament d'aquest Campionat estableix que el circuit ha de tenir una llargada total que no ha de ser inferior als 5600 metres ni superior als 5700.

Després de marcar el circuit, ens disposem a comprovar-lo i veure si s'ajusta a allò que demana el reglament. Per fer-ho, agafem una mountain-bike equipada amb compta-quilòmetres, prenem nota que el comptador marca "0417" i fem una volta al circuit. En acabar-la, el comptador marca "0423". Insatisfets, fem una nova volta i ara el comptador marca "0428". Més voltes al circuit ens donen resultats successius "0434", "0439", "0445", "0451", "0456", "0462", "0468", "0473", "0479".

Massa cansats (hem donat onze voltes) per seguir amb les proves, ens preguntem: les dades obtingudes són suficients per saber si el nostre circuit s'ajusta al reglament ?

Qüestions a considerar.

- El compta-quilòmetres de la mountain-bike amb la qual hem fet les proves funciona correctament. El que passa és que només aprecia quilòmetres, però no pas fraccions de quilòmetre.
- En començar les proves, el comptaquilòmetres marca "0417". Això no vol dir pas que la bicicleta hagi recorregut fins llavors exactament 417 km, sinó que n'ha fet 417 o més, sense arribar als 418 km.

PROBLEMA 4

La cadena comercial Sucking Everybody's Money, que es dedica a la distribució i venda de videojocs de les marques més acreditades, ha obert una botiga a la Plaça de l'Ajuntament. Per atraure clientela fa la següent oferta: es disposen, arreglats, cinc videojocs sobre un prestatge i el client es podrà emportar de franc el que fa 1995 si endevina quin és, tot comptant-los de la següent manera:

- 1) Es comença a comptar per l'esquerra.
- 2) Es compten d'un en un i, en arribar el cinquè, quan la renglera s'ha acabat, cal seguir comptant sense repetir el cinquè, però ara de dreta a esquerra.
- 3) En arribar al videojoc de més a l'esquerra, se segueix comptant, però ara novament d'esquerra a dreta sense repetir el primer, i així successivament.

Però (ai làs! sempre hi ha una "condició"), cal trobar quin és el videojoc que fa 1995 en menys de mig minut!

Com pot fer-se això?

- Naturalment, quan el primer client va solucionar el problema, calia canviar una mica la situació. Ara ja no es tractaria de trobar el videojoc que fa 1995, sinó el videojoc que fa N , amb un valor de N diferent per cadascú que vulgui jugar el joc.
- Si es manté que cal donar la solució igualment en menys de mig minut, ¿com, a partir del nombre N que ens diuen, podem decidir ràpidament quin és el videojoc que és, precisament, al lloc N ?